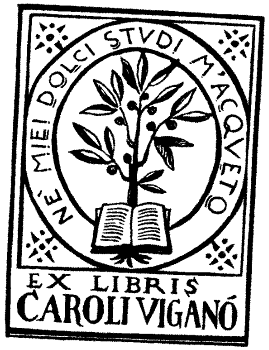


PRINCIPJ

DI

GEOGRAFIA

ASTRONOMICO-GEOMETRICA

DI

ANTON-MARIO LORGNA

CAVALIERE DE'SS. MAURIZIO E LAZARO, PRESIDENTE DELLA SOCIETA' ITALIANA MEMBRO DELLE ACCADEMIE REALI DELLE SCIENZE DI LONDRA, PIETROBURGO, BERLINO, TORINO ECC., DELL' INSTITUTO DI BOLOGNA, E CORR. DELL' ACCADEMIA REALE DELLE SCIENZE DI PARIGI.

Lorenzi sc.

IN VERONA
PER DIONIGI RAMANZINI
MDCCLXXXIX.

A L L'

ACCADEMIA REALE

DELLE SCIENZE DI TORINO

ANTON-MARIO LORGNA

POchiſſimi oggimai ſono gli oggetti delle Scienze e dell' Arti, i quali, dietro a'progreſſi fatti dall' intelletto umano, non ſieno ſtati ridotti, qual più qual meno, a miglior condizione di prima. E più che d' altro pare, che intorno alla perfezione della Geografia ſi ſieno a gara occupate, direi quaſi, le nazioni, non che gli uomini ſtudioſi, non eſſendo mai nata per alcun altro argomento ſcientifico, e rinata tante volte fermentazione, ſe così può dirſi, di ſpiriti, come per determinare la figura della Terra. Dalle indagini teoriche ſi fece paſsaggio agli eſperimenti e a penoſiſſime operazioni ſu la ſuperficie terreſtre, aggiugnendo miſure a miſure sì, che non è al certo coſa che abbia valuto, come queſta, tante ſpedizioni letterarie in remotiſſime regioni, tante cure, e tanti diſagi di Geometri, e di Aſtronomi reputatiſſimi. E per verità, ſe ben ſi eſtimino, grandiſſimi e ſingolari ſono i pregi della Geografia, perchè alla ſua perfezione debba conſacrarſi tutto lo ſtudio degli uomini. Deſſa è quella che ſegna e diſtingue i confini degl' Imperj, de' Regni, delle Provincie, l' eſtenſione de' Mari, il corſo ~~de' Fiumi per la~~ Terra; deſſa che regola tutte le guerreſche ſpedizioni e operazioni; deſſa finalmente che dirige la Navigazione per tutti i Mari, e da cui dipendono i noſtri ſtabilimenti per ogni parte del mondo, e con quella de' naviganti la vita, per così dire, e i progreſſi del commercio univerſale. Conſiderando però lo ſtato in cui tuttora ſi trovano le Mappe Geografiche fa meraviglia, che tante ſollicitudini non abbiano fruttato migliori principj per la loro coſtruzione. Suſſiſte tuttavia l' improprie-

tà di rappreſentare la Terra e le ſue parti in proſpettiva, cioè dipinte come le vedrebbe un occhio ſu d' un piano traſparente, che tra eſſe e l' occhio foſſe collocato, e come inſegnò a delinearle l' Egizio Tolomeo più di ſedici ſecoli addietro. E' egli forſe, che non ſia ſtata giammai creduta da tanto la Geometria, onde poter eſibire, eſcluſa ogni maniera di projezione e di riduzione, belle e appianate le parti ſuperficiali della Terra, comunque irregolari, mantenuta ſempre la giuſta ſituazione de' luoghi relativamente a' cerchj principali dell' Aſtronomia? Se così foſſe per avventura, e ſe non è temerità il por piede in un cammino non prima ſegnato dall' orme altrui, ch' io ſappia, eccovi un ſaggio, ILLUSTRI CONSOCJ, che può convincere del contrario col fatto alla mano, cui mi ſia conceduto di offerirvi, e di ſottoporre al Voſtro ſano e riſpettato giudicio. Conoſco come ſia dura coſa il dar bando a tutte le Carte di Geografia così terreſtri, come marine, che pur ſono in onore, ed hanno il ſuggello del tempo, dell' uſo, e dell' opinione, e come ſia per queſta ragione pieno di pericolo il mio tentativo. Ma e l'autorità Vostra, se avvenga che lo approviate, e quella de' Geometri, se avrà la fortuna di meritare la loro attenzione, gli sarà scudo e strada; tanto più che al vantaggio della simplicità de' suoi principj, e dell' esattezza a cui richiama la Geografia e le Carte geografiche, accoppia egli l'applicabilità de' medesimi principj, ch'è cosa importantissima, non meno alla sferica e sferoidica figura della Terra, che a qualunque altra figura di rivoluzione cui potessero appropriare un dì alla Terra le osservazioni avvenire. Che se mai ~~venga una volta per~~ opera di valente Geografo costrutta qualche Mappa geografica o idrografica col metodo novello, e sia posta al cimento con altra simile de' nostri migliori Atlanti, facile sarà dal fatto più che da' miei detti lo scorgere come si guadagni a questo modo nel soddisfare a' primarj obbietti della Geografia. Intanto finchè giunga l'epoca avventurosa di questo confronto, sia l'opera coll' autore all' umanità e benevolenza Vostra raccomandata.

INTRODUZIONE.

TUtte le Scienze utili traggono comunemente origine e promovimento dalla loro medesima utilità. La necessità di descrivere i confini de' possedimenti, i littorali del mare, l'andamento de' fiumi, ed altre simili partizioni della superficie terrestre abitata dagli uomini, non può per certo esser nata che co' principj delle dominazioni su la terra, e delle divisioni familiari e politiche, con le invasioni de' conquistatori, e co' progressi del commercio e della navigazione. Ma come è naturale, che non abbiano tardato gli uomini a conoscere l'inuti-

lità

lità per un verſo delle deſcrizioni puramente ſtoriche, e a ſentire per l' altro l' impreſſione viva e diſtinta, che facevano le deſcrizioni figurate ſotto gli occhi, così non è ſenza fondamento il credere, che ſi ſieno ben toſto avviſati di diſegnare e configurare le varie eſtenſioni, e gli ſtabilimenti che avevano in animo di deſcrivere, e di rappreſentare. Sembra però, che sì fatte rappreſentazioni non foſſero in origine, prima che la Geometria naſceſſe, che pure e mere deſignazioni di avviſo. E ſono eziandio perſuaſo, che anche dopo nata la Geometria continuaſſero per lungo tempo ad eſſere più d' avviſo che di fatto le geografiche delineazioni, toſto che le parti da deſcriverſi della Terra erano ampie troppo ed eſteſe, per eſſere ſenza enorme operoſità rilevate geometricamente, ed uſciva per conſeguenza di troppo la Geografia da' confini di una ſemplice Geometria pratica ſul terreno. Tali per appunto giudico eſſere ſtati i diſegni di Seſoſtri, allorchè eſpoſe al ſuo popolo l' eſtenſione figurata delle ſue conquiſte: tali i diſegni di Mosè, e di Gioſuè, allorchè fu fatta la diviſione della Terra promeſſa alle dodici Tribù d' Iſraele. Nè diverſamente debbono aver diſegnato i Fenizj, che ſono ſtati i più arditi navigatori dell' antichità, i littorali, i porti, i loro ſtabilimenti, nel fondare che fecero colonie nell' Europa, e nell' Affrica per alimentare e promuovere la loro mercatura.

I Greci furono i primi che preſero a profittare dei ſoccorſi dell' Aſtronomia, riunendo e combinando i lumi e le cognizioni degli Aſtronomi Caldei, e de' Geometri Egizj; e allora veramente fu, che cominciò a prendere tutt' altra faccia la Geografia. In fatto con queſti ajuti, con le relazioni men dubbie de' viaggiatori, e con le più ragionevoli eſtimazioni delle diſtanze ſpinſe ella ed eſteſe i ſuoi confini anche dove con le attuali miſure non poteva attignere la Geometria. Quindi i progreſſi di Talete Mileſio, di Anaſſimandro, di Ecateo, di Democrito, di Eudoſſo, di Ariſtagora, di Scilace, e di altri Greci moltiſſimi; quindi l' amore della Geografia diffuſo tra' Romani, e tra le altre popolazioni occidentali d' Europa. A miſura che andava aumentando la ſuppellettile delle miſure attuali, delle oſſervazioni aſtronomiche, e delle relazioni de' viaggi marittimi e terreſtri, andava pure arricchendo la Geografia di giorno in giorno, e ricevendo dagli uomini ſtudioſi miglioramenti e pulitura. Nel che ſingolarmente

mente si distinse l' opera di Marino Tirio, il quale corresse ed accrebbe tutte le operazioni geografiche de' suoi antecessori, e quella prima d' Ipparco, indi di Possidonio, e di altri non pochi successivamente. Ma venne finalmente Claudio Tolomeo nativo di Peluso in Egitto, il quale viveva verso l' anno 150. dell' era volgare. Quest' uomo sagace e intelligentissimo profittò delle migliori osservazioni de' suoi tempi, corresse Marino Tirio, ridusse le distanze de' luoghi della Terra in gradi e minuti secondo la maniera di Possidonio, fece uso de' gradi di longitudine e di latitudine, e perfezionò il metodo di subordinare ~~la posizione de' luoghi all'~~ Astronomia, in cui era peritissimo. Con queste operazioni contribuì egli non poco all' avanzamento della Geografia, dando una descrizione del globo terrestre molto più ampia ed esatta di tutte le precedenti. Meritò quindi il nome di restauratore, e di Padre della Geografia. Ma dopo di lui fino alla decadenza dell' Impero Romano non fu fatto alcun altro passo di considerazione in questa prima età della Geografia, ancorchè avesse ella bisogno di nuove correzioni, sì perchè non erano abbastanza nè numerose, nè esatte per difetto di

stru-

strumenti le osservazioni astronomiche, e sì ancora per l' incertezza di molte misure itinerarie, alle quali era stato costretto di dar luogo Tolomeo. Molto meno poi si trovò ella in grado di avanzare dalla decadenza dell' Impero fino al rinovamento delle lettere, avendo i secoli di barbarie, che trascorsero in questo intervallo, immerso quasi tutti i popoli in una profonda ignoranza; di modo che non si nomina quasi che un Cosimo Egizio, e un Gerocle, che fecero pubbliche il primo una Cosmografia cristiana, il secondo una descrizione dell' Impero di Costantinopoli nel sesto Secolo. Trovò per altro in questa disgraziata età di mezzo un qualche ricetto nell' Asia la Geografia sbandita dall' Europa, avendola accolta gli Arabi, e coltivata non senza frutto, con qualche altra asiatica popolazione, finchè cominciarono di bel nuovo a ridestarne il diletto tra noi nel XIII. Secolo i viaggi di Marco Polo, di Rubruquis, e di qualcun altro. In conseguenza nel XIV. e XV. Secolo tornò quasi a riprender vita la Geografia di Tolomeo; e particolarmente nel XVI. pigliò ella felicemente vigore tutto nuovo dietro all' invenzione dell' incidere in legno, e in rame, essendo concorsi gli studiosi di tutte le Nazio-

B ni

ni a promuoverla, arricchirla, e diffonderne l' uso per l' Europa. E' inutile il rimembrare tutti gli Autori Inglesi, Alemani, Italiani, Spagnuoli, Francesi, Svezzesi, Russi, Olandesi ec., che si sono utilmente occupati in questo studio così in quello, come nel Secolo susseguente, le loro preziose fatiche essendo oggimai per le mani di tutti. Ma finalmente l' epoca dei maggiori progressi in questa utilissima parte delle umane cognizioni cade per appunto intorno al principio del nostro Secolo. I viaggi fatti da valentissimi Astronomi per diverse regioni del nostro Globo, le misurazioni istituite verso il polo, e verso l' equatore, con le altre intermedie, le osservazioni astronomiche fatte e rifatte in tante parti della superficie terrestre, l' accertamento delle posizioni sul globo di tanti punti, ch' erano o totalmente ignote, o dubbie per lo meno, tutto ha contribuito in questo Secolo all' avanzamento della Geografia, ed ha portato la formazione delle Mappe al grado in cui si trovano presentemente ridotte. Così le posizioni esatte de' luoghi determinate dall' Astronomia fossero in maggior numero, che non sono, relativamente all' estensione della Terra. Se su quelle poche che abbiamo è fondata la collocazione, qualunque

ella

ella siasi, di tutti gli altri punti, se colla scorta di queste egli è, che non andiamo enormemente errati e lontani dal vero nelle delineazioni geografiche delle nostre Mappe, a qual segno di perfezione non sarebbe mai condotta la Geografia, se il volere e l' ajuto de' Principi conducesse fuor de' loro osservatorj gli Astronomi a moltiplicare così per i confini degli Stati, come nell' interno, sì fatte determinazioni di latitudini e longitudini de' luoghi? Quanto è mai piccolo il numero de' punti determinati lungo le coste de' mari, non dirò lontani, ma de' nostri medesimi continuamente navigati! e in conseguenza quanto sono mai inesatte, e assolutamente poco più che d' avviso, le configurazioni de' littorali, le posizioni de' porti, e de' paesi marittimi nelle Mappe più accreditate! Il comodo degli osservatorj fissi e stabiliti in varie parti conosciute della Terra, offrirebbe all' Astronomo in giro, o al Geografo quel soccorso e quelle facilità, che negli andati tempi non avrebbe potuto ottenere giammai per gli osservatorj del momento. Ma quanto di ciò abbisogni la Geografia il mostrerà lucidamente il presente Trattato, in cui è proposito di riformare la costruzione de' Planisferj, e delle Mappe, soggettandola al-

 le

le ſole leggi dell' Aſtronomia, e della Geometria, eſcluſa dall' immetterſi nel rappreſentare appianata la ſuperficie della Terra qualunque ſorta di projezione.

CAPITOLO PRIMO

Obbietti fondamentali della Geografia

§. I.

VEduto rapidamente della Geografia da' ſuoi primordj nell' Introduzione, la cui Storia è già diffuſamente, e con molta ſapienza eſpoſta nel Libro che ha per titolo *Eſſais ſur l' Hiſtoire de la Geographie*, e nel III. Tomo dell' origine, progreſſi, e ſtato attuale d' ogni Letteratura del Ch. Sig. Ab. D. Giovanni *Andres*, veggiamo qual Corpo di Scienza per tante mani, e in tanti ſecoli ne ſia riſultato a' dì noſtri. Da principio finchè o ſi ſono contentati gli uomini di ſemplici delineazioni di avviſo, o non altro fu propoſito di deſcrivere geometricamente, fuorchè picciole eſtenſioni della Terra, non ſi affacciò alcuna difficoltà per la curvità della ſuperficie non attendibile nel primo caſo, e da traſcurarſi nel ſecondo ſenza errore. Ma fatto più e più ſerio il biſogno di eſattezza coll' andar del tempo, e maſſimamente dove trattavaſi di abbracciare maggiori eſtenſioni di Paeſe nelle deſcrizioni figurate, ſi trovò ſubito con la difficoltà e operoſità dell' aſſunto di farne attuale geometrico miſuramento congiunta la neceſſità di aver riguardo alla curvità ſuperficiale. Quindi non ſenza fondamento, in qualunque tempo ciò ſia accaduto, l'origine del rappreſentare la Terra e le ſue parti in proſpettiva. In fatto l'eſpediente che potè affacciarſi a tal uopo più comodo, più praticabile di tutti deve eſſere ſtato quello del raffigurarla, come dipinta, o come la vedrebbe un occhio delineata ſopra un piano traſparente, che tra eſſa e l'occhio foſſe coſtituito, cioè in proſpettiva. Così appunto dichiara *Tolomeo* apertamente nella ſua Geografia doverſi intendere la deſcrizione della Terra, chiamandola in un teſto *imitatio picturæ totius partis terræ cognitæ*, e in un altro puramente *imitatio totius cogniti orbis* &c. Non ſo per altro, nè ho potuto trovare a chi attribuirne la prima invenzione. *Tolomeo* per verità parla e tratta del diſegnare la terra in proſpettiva in modo, che ſembra eſſerne egli l'inventore. Ciò non oſtante non dicendolo apertamente non ſaprei farnelo autor ſolo eſcluſivamente.

§. II.

Ma come eraſi da gran tempo, cioè ſin da' primi Greci (*Introd.*), cominciato ad applicare l'Aſtronomia alla Geografia, traſportando ſu la terra tutti i principali circoli immaginati pel Cielo, Meridiani, Equatore, Tropici, Cerchj polari, Cerchj paralleli, longitudini, latitudini &c., così biſognava che nel piano traſparente, che s'è detto, o di projezione, non veniſſero confuſe le ſituazioni relativamente a queſti cerchj, e riſpondeſſero quelle del piano a quelle della Terra. Quindi è ſtato, che a quelle projezioni per preferenza ſi ſono appigliati i Geografi di tutti i tempi, colle quali riuſciſſe l'imitazione della Terra in piano più conforme al vero. E perciò più di tutte comode e meno difformanti l'oggetto ſi ſono trovate le projezioni o ſull'equatore collocando l'occhio in un de' poli, onde le projezioni polari, o ſopra un meridiano collocando l'occhio nell'equatore, onde le projezioni equatoriali, rigettate per ſin le projezioni ortografiche, in cui è ſuppoſto l'occhio ſituato ad una diſtanza infinita dal piano di projezione, le quali pur non mancano di vantaggi per qualche verſo ſopra le altre. Ed ecco il fondo della ſcienza geografica trammandataci da *Tolomeo*, i cui principj ſono ſtati dai Geografi ſempre fedelmente ſeguiti, continuano ad eſſere tuttavia la baſe della moderna geografia. Ancorchè però le così dette Mappe geografiche piane non entrino in queſto conto, nè alle leggi della Geografia, che quì contempliamo, ſieno ſubordinate, non ſarà infruttuoſo che ſe ne faccia preliminare menzione sì per riconoſcere chiaramente l'imperfezione loro, e sì ancora perchè pregevoli Autori così antichi come moderni ne hanno trattato, e finalmente perchè nelle piccole navigazioni, bene o male, ſe ne fa uſo tuttavia.

§. III.

Ma ſiccome tutte le Scienze hanno i loro peculiari obbietti, un fine in mira cui tendono ſingolarmente a ſoddisfare; e quello è per appunto inteſo per vero avanzamento od anche perfezione di una ſcienza, che più vicino, od anche pienamente la conduce a ſoddisfare al ſuo fine, così del vero uffizio della Geografia è meſtieri che facciamo eſpoſizione diſtinta, dietro a cui ci faremo poſcia a riconoſcere ſe i principj, onde abbiamo parlato (§. II.), conducano a ſoddisfarvi pienamente. Se mai l'attuale Geografia fondata ſu tali principj non ſoddisfaceſſe al ſuo fine, o ſi dimoſtraſſe qualcuno di queſti principj incompatibile col fine della Scienza, nè l'autotorità, nè la sanzione de' secoli non potrebbe giammai esimere il principio medesimo dall' essere escluso, e la Geografia dall' essere riformata.

§. IV.

Definendo la Geografia co' migliori: *Scientifica terraqueæ molis designatio, quatenus quanta est, & cum in se, tum quoad affectiones, quas ex positione ad cælum relate nanciscitur, mensurabilis*, ecco i principali obbietti, cui è ella tenuta di soddisfare.

I.

Che la posizione di tutti i punti della Terra rappresentata su le Mappe per rispetto a' cerchj astronomici equatore, meridiani, cerchj paralleli &c. disegnati su le Mappe medesime, corrisponda con legge alla posizione attuale de' medesimi punti per rispetto a' medesimi ~~cerchj astronomici sul Globo~~.

I I.

Che la costruzione grafica del Disegno, o della Mappa non sia difficile a praticarsi, nè riescano in un piano di moderata e trattabile grandezza confuse le parti disegnate, e molto meno impercettibili e incapaci di meccanica misura, ch'è l' oggetto primario della Geografia (*Defin.*).

I I I.

Che le distanze de' differenti punti gli uni dagli altri, misurate su la Mappa, possano senza notabile errore assumersi usualmente per le effettive su la superficie terrestre; ed abbiano sempre determinata e asse-

assegnabile relazione con le distanze effettive de' punti respettivamente corrispondenti, cioè posti nelle stesse situazioni su la superficie della terra sì, che, occorrendo l' ultima precisione, dalla cognizione di quelle si possa venire in cognizione di queste esattamente.

I V.

Che dalle linee destinate a rappresentare su le Mappe i gradi di longitudine e di latitudine si possa venire in cognizione della grandezza relativa, ch' essi hanno sul globo.

V.

Che le vere estensioni naturali de' Continenti, de' Mari &c. e politiche degl' Imperj, de' Regni &c. su la superficie curva della Terra, possano esattamente misurarsi su la Mappa che le rappresenta, e determinarsi in miglia quadrate, pertiche quadrate &c. come occorresse.

V I.

E che finalmente le Mappe sieno fornite di Scala geometrica talmente appropriata al Disegno, che col suo mezzo si possano misurare esattamente e rilevare le parti superficiali (Art. V.), le distanze de' luoghi (Art. III.), e tutte le altre linee che occorresse di conoscere su la Terra.

§. V.

Questo indubitatamente è il fondamentale uffizio della Scienza geografica, e questi sono i primarj obbietti ch' ella deve avere in mira in qualità di disciplina fondata ſu principj , e remota dal primo ſtato di rozzezza, cui abbiamo adombrato nell' Introduzione. Or dunque, ſecondo l' aſſunto noſtro nel §. II., dobbiamo farci a conoſcere, ſe l' attuale Geografia vi ſoddisfaccia, prendendo per mano le più uſitate coſtruzioni delle Mappe geografiche. Vedremo dimoſtrativamente, ch' elle ſono lontane, più ch' altri non eſtima, dal ſoddisfare a tutte le condizioni precedenti. Non è già che l' Aſtronomia non ſia oggidì oltre ogni credere avanzata verſo la ſua perfezione. Il difetto ſta ne' principj ſu quali è appoggiata la deſignazione della Terra e delle ſue parti, la quale non dà luogo a tutti i vantaggi reali, che potrebbe recarvi il ſoccorſo dell' Aſtronomia. E qui non vanno confuſe le Mappe parziali appoggiate a miſure geometriche preſe attualmente ſul terreno, con quelle in grande, di cui è propoſito, le quali a sì fatti miſuramenti non ſi attengono, e dove non può ſenza graviſſimi errori, nè vuole eſſere conſiderata piana la ſuperficie terreſtre, come nell' ~~altro ordinariamente ſuol~~ farſi.

CAPI-

CAPITOLO SECONDO

Delle Mappe piane o rettilinee

§. VI.

DIamo pertanto principio, nell' eſame ch' è noſtro propoſito di fare, dalle Mappe piane per le ragioni addotte al §. II., e per quella eziandio dell' eſſer elle ſtate, per quanto appariſce, le prime inventate dagli uomini. Tanto è vero, che *Tolomeo* condanna le delineazioni geografiche di queſta natura fatte da *Marino* Tirio ſuo anteceſſore, e tocca le correzioni da farviſi, e per ſino i primi rudimenti della riduzione che ſe n' è fatto aſſai vicino a' tempi noſtri. Ve n' ha di tre ſorti. Nella prima e più antica i Meridiani e i paralleli ſono eſpoſti da linee rette tra di sè parallele. Nella ſeconda i Meridiani ſono eſpoſti da rette linee convergenti verſo il polo, e i paralleli da rette linee tra di sè parallele ed ineguali. Nella terza maniera i meridiani ed i paralleli ſono eſpoſti bensì da rette linee parallele, come nella prima, ma i gradi de' Meridiani creſcono dall' equatore al polo nella ſteſſa proporzione che i gradi de' paralleli decreſcono ſul globo; e queſte ſi denominano Carte di riduzione.

§. VII.

Non è difficile l' avvederſi, che in tutte e tre le maniere la I. Condizione (§. IV.) non è altrimenti ſoddisfatta. L' indicazione che vi ſi fa de' gradi di longitudine e di latitudine in queſto differiſce dall' averli puramente regiſtrati in tavole, che la delineazione dà luogo ad una qualche apparente località relativa de' varj punti contraſſegnati. Ma le ſituazioni in-

indicate non corrispondono certamente con legge alle situazioni attuali de'medesimi punti per rispetto a' cerchj astronomici sul globo, non essendo alcuna determinata relazione tra le parti della Terra rappresentate in simili Mappe, e le parti superficiali corrispondenti sul globo. E quanto al II. requisito della Geografia, la costruzione di queste Mappe è per verità non difficile, non altro occorrendo anche nella terza maniera, ch' è detta di riduzione, che pur è più composta dell' altre due, fuorchè di estendere i meridiani coll' addizione continua delle secanti di latitudine; metodo dovuto al Sig. *Wright* matematico inglese; il che con le tavole, od anche geometricamente non è cosa malagevole da effettuarsi. Ma questa facilità è piccolo oggetto a petto dell' imperfezione di queste Mappe per rispetto agli altri requisiti della Geografia. E a poco monta pure il vantaggio che hanno della chiarezza, e del dar luogo a misure discernibili, non essendo realmente le cose misurate ciò ~~che debbono rappresentare su~~ la superficie della terra, atteso, come s' è detto, il non essere proporzione assegnabile tra le parti disegnate e le effettive sul globo. E quanto poi al III. obbietto della Geografia, queste Mappe non vi suppliscono per alcun modo. Le distanze disegnate de' punti l' un dall'altro non possono giammai assumersi per le effettive su la Terra, e non hanno per giunta neppure proporzione determinata con esse, onde ne' casi di necessaria esattezza rilevare dal dato delle Mappe il giusto e reale su la superficie terrestre; anzi un medesimo intervallo tra due punti su la superficie della Terra riesce sempre vario, nelle Carte di riduzione singolarmente, e tanto più grande quanto più i punti tra' quali è interposto lo stesso arco di cerchio massimo su la Terra si prendono vicini al polo. Il solo obbietto cui soddisfacciano particolarmente le Map-

pe

pe piane di riduzione è il IV., ch' è per appunto ciò che detta riduzione costituisce. Ma l'essere in ciascun parallelo di queste Mappe il grado di latitudine a quello di longitudine nella stessa proporzione che ha luogo su la superficie terrestre non influisce punto nel rendere migliori le Mappe, contribuendo piuttosto a difformare le rappresentazioni, e alterare tutte le posizioni de' luoghi, come un pò di riflessione può convincerne chicchessia. In fatto al V. e forse più essenziale obbietto della Geografia, ch' è quello del conservare l' estensione superficiale delle parti rappresentate nelle Mappe, non è luogo assolutamente di supplire col mezzo di questa riduzione, risultandone anzi il contrario da quel ch' è di fatto; mentre gli spazj tra due gradi di latitudine e due di longitudine vanno nelle Carte di riduzione sempre crescendo verso i poli, che pur in fatto dovrebbero diminuire.

Posti i quali difetti inerenti alla costruzione stessa di queste Mappe, è visibile, che, come richiedesi nel VI. requisito, non è neppur luogo a scala geometrica in sì fatte rappresentazioni della superficie terrestre, e delle sue parti, ove non è relazione assegnabile tra le attuali sul globo, e le parti rappresentate nel Disegno nè per conto delle distanze, come s'è veduto, nè per quello delle estensioni superficiali.

§. VII.

Chiaramente pertanto apparisce da questa esposizione, che a fronte di tanta imperfezione delle Carte piane anche ridotte, è illusorio tutt'altro vantaggio e comodo che volesse attribuirsi al loro uso nella pratica. Non è perciò senza fondamento il rigettarle dal far parte in una scientifica Geografia.

CAPI-

CAPITOLO TERZO

Della Projezione Equatoriale

§. IX.

VEnghiamo pertanto alle Projezioni. Lungo e inutile sarebbe il prendere per mano tutte le specie di projezioni che si son fatte, e si potrebbero fare della superficie terrestre sopra un piano. Una delle più usitate tra' Geografi basterà che sia messa al cimento, cioè quella in cui il piano di projezione è un cerchio meridiano, al cui polo situato nell'equatore è supposto collocato l' occhio. Ne faremo un po' di analisi, e riconosceremo come, e sino a qual segno si soddisfaccia per essa agli obbietti contemplati al §. IV. Non sarà difficile a uomo versato in queste materie il fare ~~una prova analoga di tutte le~~ altre senza che ci diffondiamo in cose a cui fa strada e lume chiarissimo ciò che dell'equatoriale diremo in questo Capitolo.

E quanto al I. requisito della Geografia, come nell' altre, così in questa projezione, egli è sempre puntualmente adempiuto, stante che la posizione di tutti i punti visibili e raggianti all' occhio dall' emisfero opposto è sempre geometricamente determinata sul piano di projezione interposto tra l'emisfero e l'occhio; e per conseguenza geometricamente possono disegnarsi sul piano o su la Mappa le situazioni de' differenti punti della terra per rispetto a' circoli astronomici, come sono sul globo. Così pure è del II. Imperciocchè tutti i circoli della sfera sono rappresentati in questa projezione da altrettanti circoli, e però per la descrizione grafica delle Mappe tutto si riduce al determinare i se-

i semidiametri de' meridiani, e quelli de' paralleli, onde collocare la projezione di ciascun punto convenevolmente. Essendo pertanto dimostrato (*Cagnoli* Trigonom. Cap. XXII.), che la projezione di qualunque meridiano è un arco di cerchio che ha per corda l' asse della Terra, e per raggio la secante della longitudine; e che la projezone di qualunque parallelo è un arco di cerchio avente per corda il diametro del parallelo, e per raggio la cotangente della latitudine del parallelo, non è per verità sommamente difficile la delineazione di queste Mappe. Nè in fatto riescono confuse le parti disegnate come per avventura nell' altre projezioni. Ma se a queste due prime condizioni suppliscono bastevolmente le Mappe di projezione equatoriale, non a tutte le altre, che sono le più essenziali, anzi vitali della Geografia, si può con esse pienamente soddisfare. Come dunque dal più al meno peccano in questo comunemente tutte le projezioni, ed è su questo principalmente che dee fondarsi la necessità di riformare la Geografia, se riesca di poter ricorrere a migliori principj, mostreremo in che i loro difetti consistano lucidamente. Veggiamo dunque delle distanze de' luoghi, ch' è il III. importantissimo obbietto della Geografia. E primamente consideriamo quello ch' è in sè l' intervallo tra due punti sopra una Mappa di projezione; indi il considereremo come dato, onde venir in cognizione col suo mezzo dell' intervallo effettivo su la Terra.

Sia C il centro della Terra (*Fig. I.*), e sieno P, Q i poli del meridiano di projezione DLE situati nell' equatore; sicchè PQ sarà il diametro dell'equatore; e sia Q il punto ov' è costituito l' occhio. Sieno poi F, G due punti su la Mappa di longitudine e di latitudine conosciute.

Ancorchè la vera distanza de' punti F, G sia l' arco di cerchio massimo che congiunge detti punti su la la ſuperficie della Terra, ſi tratti ſolamente della diſtanza retta, cioè della corda che ſottende un tal arco, giacchè da queſta ſi viene in cognizione di quella agevolmente. Pertanto ſi conducano per F, G dal polo Q le indefinite QFA, QGB; e ſieno A, B i punti ov' elle incontrano la ſuperficie dell' emisfero rappreſentato ſul piano del meridiano di projezione. Congiunta AB, è manifeſto, ch' ella è la ricercata diſtanza retta ſu la Terra de' punti A, B omologhi a' punti F, G della Mappa. Ora, congiunti i punti F, G, la retta FG è la diſtanza de' punti A, B rappreſentata ſu la Mappa, ch' è ben diverſa dalla AB manifeſtamente, ſenza biſogno di dimoſtrazione. Non poſſono dunque aſſumerſi ſenza notabile e talvolta enorme errore in queſte Mappe le diſtanze de' differenti punti in luogo delle effettive de' punti omologhi ſu la ſuperficie terreſtre.

Veggiamo dunque della relazione che ha la FG con la AB. Sia PAQ il cerchio maſſimo che paſſa pel punto A, e PBQ quello che paſſa pel punto B. Dal centro C per F, G ſi conducano i raggi CE, CD nel piano di projezione. Delle tre linee CF, CG, FG non è data ſulla Mappa, che la FG; le altre debbono ricercarſi, quando non rappreſentaſſe ella l' intero emisfero, di cui qui non è propoſito.

Perciò ne' triangoli rettangoli QCF, QCG ſarà $QF = \sqrt{(\overline{CF}^2 + \overline{QC}^2)}$, $QG = \sqrt{(\overline{CG}^2 + \overline{QC}^2)}$. In conſeguenza, eſſendo per la ſimilitudine de' triangoli QCF, QPA, $QF:QC = QP:AQ$, ſarà $AQ = \dfrac{2\overline{QC}^2}{\sqrt{(\overline{CF}^2 + \overline{QC}^2)}}$; ſimilmente ſi troverà eſſere $BQ = \dfrac{2\overline{QC}^2}{\sqrt{(\overline{CG}^2 + \overline{QC}^2)}}$. Ma nel triangolo AQB è per la Trigonometria

$AB = \sqrt{(\overline{AQ}^2 + \overline{BQ}^2 - 2AQ.BQ \text{ cos. } FQG)}$ ed è pure $\text{cos. } FQG = \dfrac{\overline{GQ}^2 + \overline{FQ}^2 - \overline{FG}^2}{2GQ\,.\,FQ}$. Dunque fatte le debite ſoſtituzioni ſi troverà $AB = \dfrac{2\overline{QC}^2\,.\,FG}{\sqrt{(\overline{CG}^2 + \overline{QC}^2)(\overline{CF}^2 + \overline{QC}^2)}}$

Eſſendo pertanto noto il raggio QC dell' equatore reſteranno da rinvenirſi le due CF, CG, onde avere la relazione tra la diſtanza FG data dalla Mappa, e l' effettiva AB. Per la qual coſa s' intenda per A condotto un cerchio maſſimo ſegante l'equatore ad angoli retti, il quale ſarà per conſeguenza il meridiano del punto A. Nel triangolo sferico rettangolo, che ne riſulterà, ſaranno conoſciuti neceſſariamente i due lati comprendenti l'angolo retto dalla latitudine e longitudine date dalla Mappa, e ſi troverà perciò l'arco PA, ipotenuſa del medeſimo triangolo. Similmente operando per l' altro verſo ſi troverà l'arco PB.

Ma le CF, CG ſono evidentemente le tangenti delle metà degli archi PA, PB. Sarà dunque facile il trovare in parti del raggio tavolare il valore di dette CF, CG, e in conſeguenza in parti anche del raggio dell' equatore ſuppoſto noto.

Con che ſi avrà il valore di AB.

Si conchiuda pertanto, che dalle Mappe di projezione equatoriale non è lecito ſenza notabile errore di aſſumere per effettive ſu la terra le diſtanze tra due punti date dalle Mappe; ma che queſte però hanno ſempre con quelle aſſegnabile relazione sì, che col metodo indicato dalle apparenti ſu le Mappe poſſono dedurſi le vere, occorrendo, eſattamente. Non ſuppliſcono perciò queſte Mappe al terzo oggetto compiutamente, avvegna che ſi può far a meno delle Mappe, ſe manchino nella prima parte uſuale, potendo direttamente trovarſi la diſtanza di due punti ſu la terra, ſe ſia nota la latitudine e longitudine loro, indipendentemente dalle Carte geografiche con la riſoluzione di un ſolo triangolo sferico, com'è noto.

Quanto poi al IV. requiſito della Geografia, torna meglio aſſolutamente l'andare in traccia direttamente della grandezza relativa che hanno i gradi di latitudine e di longitudine ſul globo, di quello che proporſi di ricavarla dalle linee deſtinate a rappreſentare detti gradi ſu le Mappe di projezione equatoriale. Imperciocchè la poſizione de' meridiani, e de' paralleli ſu queſte Mappe è tanto varia, e tanto diforme la loro grandezza relativa, come dicemmo qui innanzi, e tanto diforme eziandio rieſce il variare così di ciaſcun grado di latitudine, non ſolamente da un meridiano all'altro, ma in uno ſteſſo meridiano, come di ciaſcun grado di longitudine anche in uno ſteſſo parallelo, che il cercare le grandezze relative che hanno i gradi proſſimi di latitudine ~~e di longitudine ſul globo~~ dalle grandezze relative apparenti nel piano di projezione è problema fatto più per la ſpeculazione che per l'uſo geografico.

Veggiamo dunque del V. requiſito, cioè del rappreſentare ſu le Mappe la vera eſtenſione ſuperficiale della terra e delle ſue parti, e come vi ſi ſodisfaccia con quelle di projezione. E' certo, che queſto, e il terzo, che abbiamo conſiderato ſono i principali e più utili obbietti della Scienza geografica. Ma disgraziatamente nè queſte, nè altre Mappe di qualſivoglia projezione non ſono di alcun uſo od ajuto per un tale importantiſſimo requiſito. Qualunque tratto della Terra rappreſentato ſu queſte Mappe non ſolamente è tutt'altro dall'effettivo e reale, ma non ha nè meno alcuna determinata e neceſſaria relazione coll'effettivo e reale ſu la ſuperficie terreſtre. Nè può eſſere altrimenti, raggiando dalla me-

medeſima ſuperficie all'occhio punti coſtituiti in altri ed altri piani, atteſa la ſua curvità, e non imprimendo già nel piano interpoſto tra l'occhio e detta ſuperficie le aree de'medeſimi piani, ma bensì le veſtigia de'ſoli punti raggianti. Mancano pertanto in queſto requiſito della Geografia tutte le Mappe di projezione.

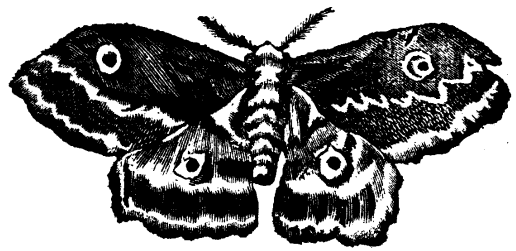
E quanto finalmente al VI. ed ultimo, dico, che le ſcale che ſi appongono comunemente a dette Mappe ſono in sè ſteſſe erronee; e che quand'anche foſſero appoggiate al Diſegno, col loro mezzo non verrebbero a rilevarſi miſure convenevoli per la ſuperficie terreſtre. In fatto per la coſtruzione delle ſcale ſi aſſume comunemente dalle Mappe l'intervallo di uno, due &c. gradi di latitudine col compaſſo, e com'è convenuto di attribuire al grado dell'equatore, o di un meridiano, 60 miglia geografiche, così ſi divide l'intervallo aſſunto in 60, 120 &c. parti; e queſta è la ſcala. Nelle Mappe maggiori le ſcale ricavate ſempre da' gradi, come ſopra, ſi dividono in leghe di varia denominazione, ſecondo il numero ch'è ſuppoſto comprenderſi nell'intervallo aſſunto dalla Mappa. Ma primamente il grado di latitudine è in pura proſpettiva, cioè nelle projezioni ortografiche ſull'equatore egli è rappreſentato dalla differenza de' coſeni delle latitudini proſſima maggiore, e proſſima minore, e nelle polari dalla differenza delle tangenti delle ſemilatitudini polari proſſima maggiore e proſſima minore; le quali differenze hanno la loro particolare proporzione col raggio della Terra, ch'è ben lontana dall'eſſere quella dell'arco di un grado effettivo al raggio. E nella projezione equatoriale, cui qui abbiamo preſo in conſiderazione, gl'intervalli de' gradi in un meridiano ſono corde di archi aventi per raggio le ſecanti della longitudine del meridiano medeſimo, e per termini le interſezioni degli archi che rap-

rappreſentano le latitudini proſſima maggiore e proſſima minore. E' dunque ſenza fondamento il prendere detti intervalli per gli archi de' gradi nel meridiano terreſtre effettivo, e come ſe aveſſero la ſteſſa proporzione al raggio della Mappa, che ha un arco effettivo al raggio effettivo ſu la terra. E come in tutte le projezioni varia neceſſariamente di parallelo in parallelo la grandezza della linea, che rappreſenta un grado di latitudine, così anche per queſto conto è vago ed arbitrario l'intervallo aſſunto a piacere di uno, o di più gradi ſucceſſivi per iſcala della Mappa.

Ai quali errori che dall'aſſunzione dipendono dell' intervallo aſſoluto, che viene coſtituito per iſcala, ſi aggiugne l'altro graviſſimo del ſupporſi tacitamente, che tutte le parti della Mappa ſieno digradate nella projezione colla ſteſſa proporzione, ch'è digradato il grado aſſunto per iſcala, ch'è falſiſſimo. Ma ſupponghiamo, che foſſe la ſcala preſa geometricamente appropriata al diſegno, come ne' diſegni geodetici, che non è. Miſurando le parti del diſegno con la ſcala ſi verrebbe a capo di miſurare ſpazj piani ſimili alla figura ch'è nel diſegno, come, miſurando le parti di un diſegno geodetico, ſi miſurano effettivamente ſpazj reali ſul terreno ſimili alle figure miſurate ſul diſegno; ma non ſi otterrebbe giammai di miſurare nel caſo noſtro ſpazj reali ſimili ſu la ſuperficie curva della terra, non eſſendo luogo a ſimilitudine tra il curvo e il piano, e nè meno gli ſpazj coſtituiti ſu la terra tra i termini aſtronomicamente omologhi a' termini del diſegno, non eſſendo non che ſimilitudine, ma nè men proporzione neceſſaria, come dicemmo, tra le parti rappreſentanti nel diſegno, e le rappreſentate ſu la terra. Così le diſtanze che verrebbero a miſurarſi tra due luoghi, ſarebbero bensì quelle di detto diſegno piano ſimile, ma non mai ap-

appartenenti alla ſuperficie della terra, nè eſprimenti le diſtanze de' luoghi ſul globo aſtronomicamente omologhi a quei della Mappa, eſſendo qui innanzi dimoſtrato non poterſi aſſumere ſenza grave errore le diſtanze de' luoghi in ſimili Mappe per le effettive e reali ſul noſtro globo.

E queſto baſti intorno al riconoſcere come e ſino a qual ſegno ſoddisfacciano le Mappe di projezione ai requiſiti fondamentali della Geografia. Per quanto poſſano inchinare i Geografi a mantenerſi attaccati agli antichi metodi, e gli ſtudioſi di Geografia a conſervare l'uſo delle carte attuali, non potranno certamente nè gli uni, nè gli altri diſconvenire dell'imperfezione della ſcienza geografica, e del biſogno di riformare la coſtruzione delle noſtre Mappe.



CAPI-

CAPITOLO QUARTO

Ricerca di nuovi principj per la Geografia

§. X.

Sinchè la Geografia ha per iſcopo di rappreſentare ſopra un piano piccole eſtenſioni della Terra, e ſta ſubordinata alla Geometria pratica ſul terreno, non può nè di errore, nè d'imperfezione eſſere accagionata, men all'arte, che all'eſercizio dell'arte, e al geometra operatore imputandoſi e l'errore, e l'imperfezione, ſe ve ne aveſſe. Ma toſto che nelle eſtenſioni maggiori ſi ſottrae ella all'impero della Geometria, e chiama l'aſtronomia, e la proſpettiva in ajuto, non è più nelle ſue rappreſentazioni quell'eſattezza, che nell'altro caſo la diſtingue e la rende cotanto fruttuoſa agli uſi della vita, ancorchè per sè l'una e l'altra di quelle Scienze abbia la Geometria per baſe e guida delle proprie operazioni. Certo è però, che all'applicazione della prima, cioè dell'Aſtronomia, alla Geografia non può attribuirſi alcuno de' difetti, che abbiamo notato nelle Mappe geografiche precedentemente, non potendoſi per contrario abbaſtanza eſaltare il merito primo di sì fatta utiliſſima applicazione, per cui poſſono tanto felicemente diſtinguerſi le diverſe parti della terra, e contraſſegnarſi le poſizioni de' luoghi ſu la ſuperficie terreſtre, che per altro modo non potria farſi per avventura nè più agevolmente, nè più ſicuramente. Non può dunque che eſſerne imputata l'applicazione della proſpettiva,

va,

va, da che in realtà l'imperfezione delle Mappe è inerente al piano ſteſſo di projezione, ſiccome abbiamo veduto.

In fatto non è chi poſſa dubitare, che, eſſendo la proſpettiva l'arte del rappreſentare ſopra una ſuperficie piana gli oggetti viſibili tali quali appariſcono all'occhio ſituato in certa diſtanza attraverſo un piano traſparente collocato tra l'occhio e l'oggetto, le projezioni ſu queſto piano non ſieno che mere apparenze o dipinture. Non è pertanto nè propoſito, nè condizione di queſt'arte, che dalle dimenſioni, e dalle forme apparenti debbano e poſſano dedurſi le effettive e reali; mentre ſarebbe d'uopo, che una medeſima forma nel piano di projezione aveſſe a un tempo relazione neceſſaria con infinite forme effettive e reali, che dentro i medeſimi termini ella può rappreſentare: il che è impoſſibile. Non è dunque alla proſpettiva che fa d'uopo ricorrere per rappreſentare ſopra un piano la ſuperficie curva della Terra, e delle ſue parti, nè che vada fondata ſu' principj delle projezioni la coſtruzione delle Mappe geografiche, nelle quali non di apparenza deve eſſere propoſito, ma bensì di oggetti reali che vogliamo conoſcere e miſurare (§. IV.). Se nella Geografia non altro ſi richiedeſſe, che di conoſcere la ſituazione aſtronomica di tutti i punti della Terra, cioè la ſituazione loro per riſpetto all'equatore, ai paralleli &c. non ſarebbe neceſſaria alcuna coſtruzione di Carte geografiche. Un regiſtro in tavole delle latitudini, e delle longitudini de' differenti punti, ſarebbe baſtevoliſſimo, onde richiamare alla fantaſia il globo, e la poſizione delle parti. Ma queſta non è che una delle condizioni cui la Geografia richiede, volendo ella deſcrizioni figurate, come ce le dà parzialmente la planimetria o la geometria ſul terreno, cioè con le figure proprie delle regioni, e de'

mari,

mari, nella giusta estensione loro superficiale, e con le distanze più prossime de' luoghi l'uno dall' altro; requisiti tutti dell'ultima importanza e proprj di questa Scienza.

Ma abbiamo veduto quì innanzi, che questi per appunto sono gli obbietti cui non soddisfanno per alcun modo le projezioni. La perfezione dunque dell' Astronomia non può esser utile che per uno de'requisiti dell' attuale Geografia; ma non può ella rendere men confuse, se il fossero, le parti disegnate che dalla natura della projezione dipendono; non può ella fare giammai, che le distanze de' luoghi rappresentate dalle Mappe divengano le più prossime distanze reali sul globo. Così non sarà giammai, che una superficie piana apparente su la Mappa acquisti relazione necessaria con la superficie curva rappresentata, onde da quella possa questa determinarsi esattamente.

E' pertanto dimostrato, che la maniera adottata per tanti secoli di rappresentare in prospettiva sopra un piano la superficie della terra è quella per appunto che mantiene, e manterrà sempre imperfetta la Geografia; e che l'Astronomia ha ne' fondamenti della stessa Geografia un ostacolo invincibile, onde non poter contribuire giammai alla sua perfezione (§. V.). Non è dunque senza ragione il proporsi di sbandire tutte le sorti di projezioni cangiando principio, e di cercar altra via, onde soddisfare a' veri obbietti di quella Scienza, e mettersi in istato di ricavare con frutto tutti i soccorsi, ch' è capace di somministrarle la divina Astronomia.

§. XI.

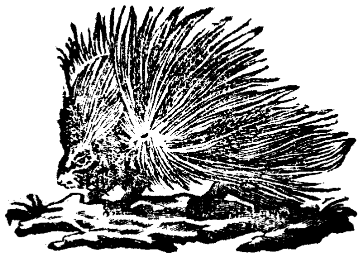
Ecco pertanto il mio tentativo, cui mi basta qui di adombrare, onde possa intanto travvedersi lo scopo

po a cui tendono i miei pensieri. Ne' seguenti Capitoli se ne farà apposita trattazione. Comincio subitamente dall' immaginare appianata la superficie terrestre, o una porzione di essa qualunque, cioè ridotta in una superficie piana, cui diremo la figura della Terra appianata, il vero Planisferio geometrico, intendendo sempre, che l'area di questa figura o di questo planisferio sia quella precisamente della superficie curva terrestre. E tra le infinite figure piane nelle quali può intendersi trasformata la superficie terrestre quella concepisco presa come propria e caratteristica per la Geografia, in cui per prima condizione vengano geometricamente definiti tutti i punti, e disposti nella loro giusta situazione per rispetto a' principali cerchj della Terra equatore, paralleli, meridiani &c. sì, che altra figura piana di eguale superficie non sia che più di questa raffiguri la superficie naturale della Terra. Ciò supposto, intendo, che una Mappa o Carta geografica di una parte qualunque della Terra debba sempre essere una superficie, una figura piana simile e similmente posta alla figura di detta parte della Terra appianata, condizionata come sopra. Siccome però non soddisfarebbero le Mappe così intese che a due requisiti della Geografia (§. IV.), cioè al I. e al V., così detta figura piana, assunta come propria e caratteristica per questa Scienza, dovrà pure dar luogo a questa seconda condizione, che nelle Mappe geografiche, che se ne debbono ricavare, sieno a un tempo soddisfatti tutti gli altri requisiti della Geografia esposti nel medesimo paragrafo.

§. XII.

Lo scopo pertanto di questi principj è quello di far rientrare la Geografia nel seno della Geometria, rin-

rinvenendo per figura piana quadratrice della ſuperficie terreſtre quella, in cui tutte ſi verifichino eſattamente le condizioni volute dalla Geografia. Queſto ſarà l'argomento de' ſeguenti Capitoli ne'quali vedremo pure del partito da prenderſi in queſta Scienza intorno alla figura ſuperficiale del noſtro globo.



CAPI-

CAPITOLO QUINTO

Della ſuperficie de' ſolidi nati dalla rotazione delle Curve intorno all' aſſe.

§. XIII.

Se ſia ABD (*Fig. II.*) una curva qualunque di cui ſia AE l' aſſe, AC l' aſſiſſa x, CB l' ordinata y, Bb l'elemento della curva $\sqrt{(dx^2+dy^2)}$, e pongaſi $r:c$ la ragione del raggio alla circonferenza del cerchio, è noto per gli elementi dell' Analiſi, che, eſſendo $cy:r$ la circonferenza del cerchio deſcritto col raggio $CB=y$, l' elemento della ſuperficie nata dalla rotazione della curva intorno all'aſſe AE è generalmente eſpreſſo dalla formula $Bb \cdot cy:r = \frac{cy}{r}\sqrt{(dx^2+dy^2)}$.

§. XIV.

Sia pertanto $dx=Mdy$, eſſendo M funzione della ſola y dipendente dall' equazione della curva; ſarà $dx^2=M^2dy^2$, e però l'elemento della ſuperficie prenderà la ſeguente forma $\frac{cy\,dy}{r}\sqrt{(1+M^2)}$, e l' integrale $\int\frac{cy\,dy}{r}\sqrt{(1+M^2)}$, ſarà la ſuperficie indefinita del ſolido cui deſignaremo colla lettera Y, ſicchè ſarà Y funzione di y l' integrale completo eſprimente detta ſuperficie indefinitamente.

 §. XV.

§. XV.

Se dunque ſia Y', Y'' ecc. ciò che ſucceſſivamente divien Y, poſte per y ſucceſſivamente le quantità determinate a, b ecc., ſarà Y' la ſuperficie della porzione che ha per vertice o polo il punto A, e per baſe il circolo BB', di cui ſia raggio l' ordinata $CB=a$, Y'' la ſuperficie della porzione che ha per baſe il circolo DD', di cui ſia raggio l' ordinata $ED=b$, e così all' infinito. Detti circoli pertanto ſaranno tra di sè paralleli, e ſarà vertice della porzione ſuperficiale, a cui eſſi ſervono di baſe, il punto A.

§. XVI.

E poichè il circolo ſta al quadrato inſcritto, cioè al doppio quadrato del raggio, come la metà della circonferenza al diametro, ſe ſi faccia $\frac{c}{2}:r=Y:\frac{2rY}{c}$, qualunque di dette porzioni ſuperficiali, avente per baſe un parallelo del raggio y, ſarà uguale all' area del cerchio avente per raggio l'eſpreſſione $\sqrt{\left(\frac{2rY}{c}\right)}$.

§. XVII.

Se dunque, eſſendo Y'' la ſuperficie della porzione $ADFD'D$ inſiſtente ſul parallelo DD', col centro E ed intervallo $EG=\sqrt{\left(\frac{2rY''}{c}\right)}$ ſi deſcriva nel ſottopoſto piano il circolo GHL, ſarà queſto circolo uguale a detta porzione ſuperficiale $ADFD'D$. Similmente col medeſimo centro ed intervallo $EI=\sqrt{\left(\frac{2rY'}{c}\right)}$

de-

deſcritto nello ſteſſo piano il circolo IKM, ſarà l' area di queſto circolo uguale alla porzione ſuperficiale inſiſtente ſul parallelo BB', e così all' infinito.

§. XVIII.

Mentre pertanto detti circoli concentrici eſibiſcono le ſuperficie piane di dette porzioni, le loro circonferenze eſprimono i paralleli corriſpondenti a' paralleli ſu cui inſiſtono le porzioni ſuperficiali reſpettive della ſuperficie del ſolido. Così le zone piane compreſe da due paralleli piani qualunque eſibiſcono le ſuperficie appianate delle zone curve compreſe tra' paralleli corriſpondenti ſu la ſuperficie del ſolido.

§. XIX.

Come poi la ſuperficie del ſolido inſiſtente ſul parallelo DD' alla ſuperficie del trilineo $ADFA$ ha la proporzione della circonferenza DD' del parallelo all' arco DF, cioè quella della circonferenza del cerchio appianatore GHL all'arco GH, ch'è quanto dire dell' area del medeſimo circolo GHL all' area del ſettore EGH, è manifeſto, che come l' area del circolo GHL è uguale alla ſuperficie intera del ſolido inſiſtente ſul parallelo DD', così ſarà l' area del ſettore EGH uguale alla ſuperficie del trilineo $ADFA$. Similmente ſi dimoſtrerà eſſere il ſettore EIK uguale al trilineo $ABpA$, e così di qualunque altro. Dunque l'unghia piana $IGHK$ ſarà uguale all'unghia ſuperficiale del ſolido $BDFpB$, e così di qualunque altra.

§. XX.

Qualunque punto della ſuperficie del ſolido ha per in-

indole della coſtruzione il ſuo ſito determinato nel circolo *GHL*. Imperciocchè per qualunque punto della ſuperficie paſſano due linee di determinata poſizione tra di sè, alle quali corriſpondono due linee nel circolo *GHL* parimente di poſizione determinata tra di sè, le quali paſſano pel punto nel piano che a quel punto della ſuperficie corriſponde.

In fatto ſia *N* un punto qualunque della ſuperficie del ſolido di cui ſi cerchi il ſito nel cerchio *GHL* determinato dalla natura della coſtruzione. Si faccia paſſar per *N* la curva generatrice *AD* del ſolido, e per *D* nel cerchio *GHL* il raggio *EG*, e dal punto *N* ſi conduca l'ordinata all' aſſe *NQ*, la quale ſia $= f$. Soſtituito queſto valore per y nella funzione Y (§. XIV.), onde diventi Y^m, ſarà manifeſtamente $\sqrt{\left(\frac{2rY^m}{2}\right)}$ il raggio *ER* del cerchio *RST* appianatore della porzione ſuperficiale inſiſtente ſul parallelo *Nq*, ed *R* il punto corriſpondente al punto *N*.

§. XXI.

Se dunque ſu la ſuperficie del ſolido s' intenda diſteſa comunque una linea *Ba* (*Fig. III.*), e per gli eſtremi *B*, *a* ſi faccia paſſare la curva generatrice *ABD*, *AaF*, non ſarà difficile il determinare ſu la ſuperficie del cerchio *GHL* appianatore della ſuperficie intera del ſolido che ha per baſe il cerchio *DFD'*, una ſuperficie piana uguale alla ſuperficie curva del trilineo *ABa*.

Imperciocchè fatta paſſare ſucceſſivamente per tutti i punti infinitamente proſſimi *b*, *d* ecc. della linea *Ba* la medeſima curva generatrice *Abf*, *Adg* ecc. ſegante la circonferenza *DF* in *f*, *g* ecc. e per *D*, *f*, *g* ecc. condotti i raggi *EDG*, *Eff'*, *Egg'* ecc. *EFH*, ſi

ſi conducano all' aſſe *AE* le perpendicolari *BB'*, *bb'*, *dd'* ecc. *aa'*, le quali ſiano denominate f', f'', f''' ecc. f^n reſpettivamente; la ſuperficie del ſolido ſarà diviſa in trilinei elementari *ADf*, *Afg* ecc. e il cerchio *EGH* in ſettori piani elementari *EGf'*, *Ef'g'* ecc. Sia pertanto $Y_{,}$, $Y_{,,}$, $Y_{,,,}$ ecc. Y_n ciò che diviene ſucceſſivamente la funzione Y (§. XIV.), ſoſtituendo per y ſucceſſivamente f', f'', f''' ecc. f^n, cioè i valori delle ordinate *BB'*, *bb'*, *dd'* ecc. *aa'*. Applicando ai raggi *EG*, *Ef'*, *Eg'* ecc. *EH* i valori reſpettivamente $\sqrt{\left(\frac{2rY_{,}}{c}\right)}$, $\sqrt{\left(\frac{2rY_{,,}}{c}\right)}$, $\sqrt{\left(\frac{2rY_{,,,}}{c}\right)}$ ecc. $\sqrt{\left(\frac{2rY_n}{c}\right)}$ (§. XVI.), ſi determineranno i punti *B''*, *b*, *p* ecc. *a''* nel piano ſottopoſto corriſpondenti a' punti *B*, *b*, *d* ecc. *a* ſu la ſuperficie del ſolido. Deſcritti quindi ſu la ſuperficie curva co' centri *B'*, *b'*, *d'* ecc. *a'*, e co' raggi *B'B*, *b'b* ecc. gli archetti di cerchio *Bc*, *be* ecc., e ſu la ſuperficie piana ſottopoſta col centro *E* ed intervalli *EB''*, *Eb* ecc. gli archetti circolari *B''n*, *bm* ecc., riuſciranno i trilinei ſuperficiali *ABc*, *ABe* ecc. oppure i trilinei *ABb*, *Abd* ecc. reſpettivamente uguali a' trilinei piani *EB''n*, *Ebm* ecc. oppure a' trilinei *EB''b*, *Ebp* (§. XIX.). E però la ſomma di tutti gli *ABb*, *Abd* ecc., cioè l' intero trilineo ſuperficiale *ABa*, ſarà uguale alla ſomma di tutti gli *EB''b* *Ebp* ecc. cioè al trilineo piano *EB''a''*.

§. XXII.

Come pertanto è dimoſtrato, che l' indole di queſta Teoria importa, che ciaſcun punto della ſuperficie del ſolido abbia un ſito determinato ſu la ſuperficie piana ſottopoſta (§. XX.), e che lo abbia pure una linea comunque diſteſa ſu la medeſima ſuperficie, e qualunque trilineo, come *ABa* (§. XXI.),

così

così può eziandio agevolmente dimostrarsi, che una superficie curva $Baqr$ (*Fig. III.*), compresa dalle linee Ba, aq, qr, rB comunque distese su la superficie del solido, ha un sito determinato $B''a''q''r''$ nel piano sottoposto GHL sì, che l'area della figura piana $B''a''q''r''$ riesce uguale alla superficie curva $Baqr$. In fatto s' intenda col metodo del paragrafo precedente costrutto il trilineo piano $EB''r''$ uguale al trilineo corrispondente ABr nella superficie del solido, il trilineo piano $Er''q''$ uguale al trilineo corrispondente Arq, e il trilineo piano $Eq''a''$ uguale al trilineo corrispondente Aqa; e poichè il settore EGH è uguale al trilineo ADF su la superficie curva, il settore EGz' uguale al trilineo ADz, il settore $Ez'y'$ uguale al trilineo Azy, e il settore $Ey'H$ uguale al trilineo AyF, tolte dal settore EGH le figure piane $B''r''q''a''HGB''$, $EB''a''$, e dal trilineo ADF della superficie del solido le figure superficiali curve $BrqaFDB$, ABa, uguali respettivamente a dette figure piane, resterà la figura piana $B''r''q''a''B''$ uguale alla superficie curva $BrqaB$ manifestamente.

§. XXIII.

Altre importanti conseguenze potrebbero di qua ricavarsi se fosse d' uopo; ma all' oggetto che mi sono proposto alcune non sono necessarie e di altre sarà fatta menzione nelle diverse applicazioni che faremo di questi principj nel decorso dell' opera.

CAPITOLO SESTO

Introduzione di questa Teorica nella Geografia, supposta sferoidica la Terra, e compressa ai Poli.

§. XXX.

PRemessi questi pochi e semplicissimi principj generali intorno alla superficie de' solidi generati dalla rotazione delle curve intorno all' asse ecco come comincia aver luogo il proposito del IV. Capitolo. Qualunque siasi la linea generatrice della sferoide terrestre, sia ella rappresentata dalla curva DAD' (*Fig. II.*), in cui il semiasse minore sia AE, il maggiore ED. E' tosto manifesto

I°. Che A diventa uno de' poli della terra.
II°. Che il circolo $DFD'D$ è l'equatore.
III°. Che AD, AF, AD' ecc. sono i meridiani.
IV°. Che i circoli Nq, Bp ecc. sono i paralleli terrestri.

E poichè il cerchio GHL, uguaglia (§. XVII.) la superficie intera del solido DAD' che ha per base il circolo $DFD'D$, e i circoli RST, IKM ecc. uguagliano respettivamente la superficie delle porzioni che hanno per base i circoli Nq, Bp ecc. apparisce immediatamente, che il circolo GHL è il vero Planisfero, o per meglio dire la vera Planisferoide, cioè la superficie dell' emisferoide terrestre appianata, in cui sono respettivamente comprese ne' cerchj RST, IKM, ecc. le porzioni superficiali terrestri insistenti sopra i paralleli Nq, Bp ecc. e aventi per vertice il polo della terra A. In conseguenza le circonferenze *RST*, *IKM* ecc. ſono i paralleli della Planisferoide corriſpondenti a' paralleli *Nq*, *Bp* ecc. della sferoide terreſtre, e *GHL* l'equatore corriſpondente all'equatore *DFD'D* dalla terra.

§. XXXI.

Il centro *E* pertanto rappreſenterà nella Planisferoide il polo della terra *A*, i raggi *EG*, *EH* ecc. rappreſenteranno i meridiani terreſtri *AD*, *AF* ecc., e i raggi de' paralleli planisferoidici *ER*, *EI* ecc. le porzioni de' meridiani sferoidici *AN*, *AB* ecc. interpoſte tra il polo *A* e i paralleli sferoidici corriſpondenti *Nq*, *Bp* ecc.

§. XXXII.

Ciaſcun ſettore *EGH* della Planisferoide avente per miſura dell'angolo al centro l'arco dell'equatore *DF* compreſo da' meridiani della terra *AD*, *AF* uguaglierà ſempre la ſuperficie sferoidica compreſa da' medeſimi meridiani e dal medeſimo arco equatoriale *DF*, e generalmente qualunque ſettore *ERS* della Planisferoide ſarà uguale alla porzione di ſuperficie sferoidica compreſa da' meridiani *AN*, *Aq* corriſpondenti a' meridiani planisferoidici *ER*, *ES*, e dall' arco di parallelo terreſtre *Nq* corriſpondente all'arco di parallelo planisferoidico *RS*. Così ciaſcuna unghia piana compreſa da due archi di paralleli planisferoidici *RS*, *IK* ſarà uguale alla ſuperficie dell' unghia terreſtre compreſa dagli archi corriſpondenti de' paralleli sferoidici *Nq*, *Bp*.

§. XXXIII.

E quanto alla collocazione de' punti della terra ſu la Planisferoide nella giuſta ſituazione loro per riſpet-

riſpetto a' principali cerchj terreſtri, com'è determinato ciaſcun punto, come *N*, ſu la sferoide dall' interſezione del meridiano *AD* col parallelo *Nq* al medeſimo punto appartenenti, così per appunto è determinato ſu la Planisferoide il medeſimo punto *N* in *R*, ove il meridiano *EG* corriſpondente al meridiano *AD* ſega il parallelo *RS* corriſpondente al parallelo terreſtre *Nq*.

La longitudine del punto *N* ſomminiſtra immediatamente ſull' equatore terreſtre *DFD'D* la poſizione del meridiano *AD* relativamente al primo meridiano aſſunto, e conſeguentemente quella del meridiano *EG* corriſpondente ad *ED* ſull'equatore *GHL* nella Planisferoide. Non reſta dunque a trovarſi che il valore della *NQ* raggio del parallelo sferoidico a cui appartiene il punto *N* che abbiamo detto *f* al §. XX., onde venire in cognizione del raggio *ER* del parallelo planisferoidico a cui deve appartenere il punto *R*.

§. XXVIII.

Per la qual coſa s'intenda deſcritta intorno alla sferoide la sfera *DVA'*, che abbia lo ſteſſo equatore *DFD'D*, e ſia *V'* il punto nel circolo da cui condotta la verticale *V'E*, perpendicolare al meridiano sferico *A'D* nel punto *V*, faccia l'arco *DV* uguale alla latitudine che dee avere ſu la sferoide il punto *N*. E' certo, che dal punto medeſimo *V'* deve partire la verticale perpendicolare al meridiano sferoidale *AD* nel punto *N*, perchè abbia il punto *N* la ſteſſa latitudine del punto *V* ſul meridiano sferico. Ma il punto *V'* eſſendo coſtituito ad una diſtanza indefinita, dette perpendicolari ai due meridiani sferico e sferoidale coſtituiti in un medeſimo piano, debbono conſiderarſi tra di sè parallele. Dunque, preſa

F 2 qual-

qualſivoglia latitudine DV ſul meridiano della sfera DA', e condotto il raggio EV, ſe ſia la retta XNZ perpendicolare al meridiano della sferoide DA in N e parallela al raggio EV, il punto N nella sferoide avrà la ſteſſa latitudine del punto V nella sfera. S'intenda pertanto condotta NP tangente la sferoide nel punto N, e concorrente in P coll' aſſe prolungato. Sarà PQ la ſottotangente $\frac{ydx}{dy}$, cioè yM, ritenendo le denominazioni del §. XIV., per eſſere $dx = Mdy$. Ma l' angolo ZPN è per appunto uguale all' angolo della latitudine VED, e perciò l' angolo QNP è il complemento di detta latitudine. Dunque ſe ſi chiami ϕ l' angolo VED, e s' inſtituiſca l' analogia $\cos.\phi : \text{sen.}\phi = yM : y = M : 1$, ſi avrà $MTg.\phi - 1 = 0$, dalla qual equazione ſi ricaverà il valore di $y = NQ = f$, come l' abbiamo detto, eſſendo M funzione di y data dalla curva generatrice della sferoide (§. XIV.). In conſeguenza facendoſi immediatamente noto il valore Y^m (§. XX.), ſarà pure determinato il punto R (ib.) nella Planisferoide col raggio $\sqrt{\left(\frac{2rY^m}{c}\right)}$ del parallelo piano RST.

§. XXIX.

La diſtanza pertanto di due punti qualunque ſu la sferoide de' quali ſia nota la longitudine, e la latitudine, ſarà miſurata dalla diſtanza de' punti affetti dalla medeſima longitudine e latitudine nella Planisferoide collocati con queſto metodo nella loro giuſta ſituazione; del che più diffuſamente nell' applicazione di queſti principj ad una figura determinata della Terra.

§. XXX.

§. XXX.

E quanto alla deſcrizione in piano delle parti ſuperficiali, qualunque ſi ſieno, della Terra, il caſo aſtratto conſiderato e trattato nel §. XXII. dimoſtra con quanta facilità ſi traſporti nella Planisferoide una figura qualunque ſuperficiale sferoidica, come $BaqrB$ (*Fig. III.*), sì, che altro diſegno piano di egual ſuperficie a detta figura non ſia, il quale più del diſegno $B''a'q''r''B''$ la poſſa convenevolmente e nella ſua naturale poſizione per riſpetto a' principali cerchj aſtronomici raffigurare. Ma anche di ciò per la coſtruzione delle Mappe, e di altri oggetti particolari della Geografia ſi tratterà più diffuſamente nelle applicazioni, che ora in una prima introduzione non è opportuno di fare.

CAPI-

CAPITOLO SETTIMO

Applicazione alla figura della Terra supposta sferoide elittica.

XXXI.

ANcorchè e con luminose teorie, e con diligentissime osservazioni e misure geografiche siasi fino a' dì nostri cercato di determinare la vera figura della Terra, non è ancora permesso di prendere in tal proposito accertato e stabile partito. Non è al più che sommamente probabile, che sia ella schiacciata ai poli, mostrandolo singolarmente i gradi misurati tra la Laponia e Quito, i quali sono tutti più piccoli di quello della Laponia, e più grandi di quello di Quito. Ma può asserirsi primamente non senza fondamento, che i due assi possono essere uguali senza che il sieno i gradi del meridiano, come di fatto non lo sono; e secondariamente, che può non aver luogo lo schiacciamento polare, benchè crescano dall' equatore verso il polo con le lunghezze de' gradi misurati quelle pure de' pendoli isocroni col crescere delle latitudini. E quand' anche si volesse farla schiacciata ai poli, giacchè la teoria della gravitazione concorre anch' essa a mettere per quel verso una piccola differenza tra gli assi della Terra, incertissima è tuttavia la quantità di un tale schiacciamento. L' astronomia potrebbe per verità somministrarci determinazioni più esatte che dalle misure geometriche non possiamo per avventura prometterci giammai; ma la pochezza di sì fatta differenza rende le variazioni della paralassi dipendenti dalla figura della Terra incomputabili per rispetto al Sole e a' Pianeti: mentre per fin nella paralassi orizzontale della Luna non può produrre un cangiamento di otto in dieci secondi nel meridiano, quando non la si crei gratuitamente più grande del dovere, nel qual caso solamente può diventare il cangiamento superiore a' piccoli errori che non possono schifarsi nelle osservazioni.

§. XXXII.

Ed è pure da dubitarsi non poco, se lo schiacciamento al polo Australe sia pari a quello del Boreale, poichè il grado misurato al Capo di buona speranza di Pertiche 57037 differisce solamente di Pertiche 11 dal primo grado misurato in Francia, e di Pertiche 37 dal secondo in tanta differenza di latitudini, e supera quello di America di Pertiche 149 sei gradi circa più vicino al polo. In conseguenza non può dirsi, ch' è cosa notabile, nè che l' emisfero Boreale sia simile ed eguale all' Australe, nè che i meridiani della Terra sieno tutti simili ed eguali, nè che la Terra sia accertatamente un solido di rotazione.

§. XXXIII.

Poste le quali cose non traluce raggio di verità, onde stabilire qual sia la speciale figura sferoidica da attribuirsi alla Terra, la quale soddisfaccia alle misure attuali de' gradi, e alla legge della gravità determinata dalle osservazioni de' pendoli, non che a quelle della di lei direzione perpendicolare alla superficie terrestre, e finalmente alla fisica condizione della Terra composta di una parte solida visibilmente e irregolarmente eterogenea, e di un' altra flui-

fluida ſenſibilmente omogenea. L' ipoteſi per verità a cui pare, che a preferenza di tutte amino di appigliarſi i dotti, è quella della figura eliſſioidica, ſupponendo che la Terra ſia una Sferoide nata dalla rotazione dell' Eliſſe conica intorno all'aſſe minore. In fatto ella offre un mezzo onde legare inſieme le leggi della variazione della gravità con quelle de' gradi terreſtri, e parrebbe fatta, ſino a miglior epoca, a rappreſentare la figura della Terra. Ma sfortunatamente non ſi conciliano in queſta ſuppoſizione con le miſure attualmente preſe de' gradi terreſtri le lunghezze de' pendoli iſocroni in diverſe latitudini della Terra. Svaniſce pertanto il vantaggio teorico di queſt' ipoteſi, che dicemmo, a fronte dell' incompatibilità di fatto delle leggi enunciate, per cui troppo ſenſibilmente ſi allontana la figura attuale della Terra dalla figura eliſſoidica, tal che ſembra, che i mezzi che potevano contribuire a verificarla coſpirino piuttoſto ad eſcluderla totalmente.

§. XXXIV.

Ciò non oſtante per far ſaggio de' principj, ch' è quì propoſito d' introdurre nella Geografia, non ſia diſdetto il farne un' applicazione a detta figura, diſcendendo da una sferoide di rivoluzione in genere ad una sferoide elittica, ma laſciando indeterminata l'elitticità. Non credo permeſſo l' appigliarſi definitivamente ad una ſpecie particolare di figura terreſtre, a cui con pari, e forſe maggior ragione poſſa eſſere ſoſtituita un'altra, ſe non ſia ella dimoſtrata più di tutte conforme a' fenomeni, o ſe almeno non ſia più dell'altre ugualmente ipotetiche adattata agli uſi dell' Aſtronomia e della Geografia, ſenza eſſere ſommamente più dell'altre da' medeſimi fenomeni diſcordante. Ed è per appunto in queſto ſenſo, che non ho dubitato di

far ſuccedere a queſta prima applicazione di eſempio alla figura eliſſoidica un' applicazione alla figura sferica. Oltracchè tutti convengono, che qualunque ſiaſi la figura della noſtra terra, ella ſi allontana pochiſſimo dalla sferica, queſta figura ha ſempre avuto, e forſe avrà ſempre nella Geografia la preferenza ſu le altre, ſiccome quella ch' è più accetta alla pratica, la quale non ſi alimenta che di coſe ſemplici, e a cui le più accreditate ricerche non ſembra, da quanto abbiamo veduto, che poſſano ſoſtituire ſinora ſe non ſe altre figure ugualmente ipotetiche, moltiplicando le difficoltà dell' uſo, al quale è conſacrata quella ſcienza ſingolarmente, ſenza aumentare notabilmente il guadagno in conto di eſattezza.

§. XXXV.

Sia dunque la figura generatrice della sferoide terreſtre DAD' (*Fig. II.*) l' eliſſe conica, di cui $ED = b$ ſia il ſemidiametro dell' equatore, $AE = a$ il ſemiaſſe minore, A il polo; e riferendo l' equazione della curva al centro E ſia $EE' = CB = x$, $E'B = EC = y$. Sarà $y = \frac{a}{b}\sqrt{(b^2 - x^2)}$, $dy = -\frac{axdx}{b\sqrt{(b^2 - x^2)}}$, e

$$(A) \ldots\ldots \frac{cxdx}{br} \times \frac{\sqrt{(b^4 - f^2x^2)}}{\sqrt{(b^2 - x^2)}}$$

la zona elementare ſuperficiale $Bbb'B'$ del ſolido nato dalla rotazione dell' eliſſe intorno al ſemiaſſe minore AE (§. XIX.), poſto $a^2 - b^2 = -f^2$. Si cerchi pertanto l' integrale di queſta formula, onde avere la ſuperficie indefinita della ſemieliſſoide terreſtre. Poſto perciò $\sqrt{(b^4 - f^2x^2)} = z$, la formula (A) prenderà la ſeguente forma $-\frac{cz^2dz}{bfr\sqrt{(z^2 - p^2)}}$; fatto $b^2f^2 - b^4 = -p^2$.

Ma Diff. $z\sqrt{(z^2-p^2)} = dz\sqrt{(z^2-p^2)} + \frac{z^2dz}{\sqrt{(z^2-p^2)}}$ $= -\frac{p^2dz}{\sqrt{(z^2-p^2)}} + \frac{2z^2dz}{\sqrt{(z^2-p^2)}}$; in conſeguenza $\frac{cz^2dz}{bfr\sqrt{(z^2-p^2)}} = \text{Diff.}\ \frac{cz}{2bfr}\sqrt{(z^2-p^2)} + \frac{cp^2dz}{2bfr\sqrt{(z^2-p^2)}}$. E di nuovo, poſto $\sqrt{(z^2-p^2)} = u+z$, ſarà $\frac{p^2dz}{\sqrt{(z^2-p^2)}} = \frac{p^4udu}{u(u^2-p^2)} - \frac{p^2udu}{u^2-p^2} = \frac{p^2du}{2(u-p)} + \frac{p^2du}{2(u+p)}$ $-\frac{p^2du}{u} - \frac{p^2udu}{u^2-p^2}$. Dunque la zona elementare (A), poſto $\sqrt{(b^4-f^2x^2)} = -\frac{p^2+u^2}{2u}$, prende la ſeguente forma (B)

$$(B)\ldots\ \text{Diff.}\ \frac{c(u^4-p^4)}{8bfru^2} - \frac{cp^2du}{4bfr(u-p)} - \frac{cp^2du}{4bfr(u+p)} + \frac{cp^2du}{2bfru} + \frac{cp^2udu}{2bfr(u^2-p^2)},$$

la quale ha per integrale $\frac{c(u^4-p^4)}{8bfru^2} + \frac{cp^2}{2bfr}\,\text{lg.}\,u + k$ Soſtituendo pertanto in lungo di u il valore in x, e trovato il valore della coſtante k dopo di aver rimeſſi i valori in a, b per f^2, p^2, la ſuperficie indefinita della ſemieliſſoide ſarà (C)

$$(C)\ldots\ \frac{c}{2br}\sqrt{\left((b^4+(a^2-b^2)x^2)(b^2-x^2)\right)} - \frac{cb^2}{2r}$$
$$+ \frac{a^2bc}{2r\sqrt{(b^2-a^2)}}\,\text{lg.}\left(\sqrt{(b^4+(a^2-b^2)x^2} - \sqrt{(b^2-x^2)(b^2-a^2)}\right) : \left(b^2 - b\sqrt{(b^2-a^2)}\right).$$

§. XXXVI.

Si ponga nella formula (C) il ſemidiametro dell' equatore b in luogo di x, e l'eſpreſſione (D)

$$(D)\ldots\ \frac{a^2bc}{2r\sqrt{(b^2-a^2)}}\,\text{lg.}\,\frac{a}{b-\sqrt{(b^2-a^2)}} - \frac{cb^2}{2r}$$

ſarà la ſuperficie della ſemieliſſoide, e perciò (§. XVI.)

$$\sqrt{\left(\frac{a^2b}{\sqrt{(b^2-a^2)}}\,\text{lg.}\,\frac{a}{b-\sqrt{(b^2-a^2)}} - b^2\right)}$$

ſarà il raggio della Planieliſſoide geografica GHL, ch' è la figura piana uguale a detta ſuperficie, in cui vanno deſcritti tutti i luoghi della ſemieliſſoide terreſtre.

§. XXXVII.

Se dunque ſi divida negli ordinarj 360 gradi la circonferenza o l'equatore GHL della planieliſſoide, e ſi conducono raggi dal centro E a' punti di diviſione, corriſpondendo ciaſcuno di queſti raggi, come EFH, al meridiano della terra, come AF, ſegante l'equatore terreſtre DFD' nel punto F, per cui paſſa il raggio della planieliſſoide, eſprimerà ciaſcun di loro il meridiano terreſtre corriſpondente, e i gradi della circonferenza GHL ſegneranno le diſtanze de' meridiani dal primo, che foſſe aſſunto, o la longitudine geografica de' luoghi coſtituiti ſotto diverſi meridiani.

§. XXXVIII.

E quanto al contraſſegnare i paralleli della terra ſu la planieliſſoide, e in conſeguenza la poſizione de' luoghi ſopra i meridiani terreſtri per riſpetto al polo o all' equatore, cioè la latitudine polare o equatoriale rеſpettiva, ſarà agevole il farlo dietro a quanto s' è eſposto nel §. XXVIII . Imperciocchè chiamando ϕ l' arco *DV* (*Fig. II.*) di latitudine equatoriale per un punto qualunque *N* della terra, giacchè $PQ : QN = \cos.\phi : \text{sen.}\phi$, ſarà $\cos.\phi : \text{sen.}\phi = -\frac{xdy}{dx} : x = -\frac{dy}{dx} : 1$; ma per natura della noſtra curva (§. XXXXII.) è $dy = -\frac{axdx}{b\sqrt{(b^2 - x^2)}}$. Dunque

$$\frac{\text{sen.}\phi}{\cos.\phi} = \text{Tg.}\phi = \frac{b\sqrt{(b^2 - x^2)}}{ax}, \text{e } x = \frac{b^2\cos.\phi}{\sqrt{(a^2\,\text{sen.}^2\phi + b^2\cos.^2\phi)}} = \frac{b^2}{\sqrt{(a^2\,\text{Tg.}^2\phi + b^2)}}.$$

Ora la formula (*C*) (§. XXXVI.) è la ſuperficie di qualunque porzione eliſſoidica avente per polo il punto *A*, e per baſe il parallelo terreſtre, come *Nq*, data per una funzione del raggio $NQ = x$ del medeſimo parallelo . Se dunque ſi ſoſtituiſca il valore trovato per x, ſi avrà la medeſima ſuperficie data per una funzione della latitudine del punto *N*, qualunque ella ſiaſi. Sarà pertanto queſta ſuperficie indefinita per qualunque latitudine ϕ della ſeguente forma (*E*)

$$(E) \ldots\ldots \frac{a^2b^2c\,\text{sen.}\phi}{2r(a^2\,\text{sen.}^2\phi + b^2\cos.^2\phi)} - \frac{cb^2}{2r} + \frac{a^2bc}{2r\sqrt{(b^2 - a^2)}}\,\text{lg.}\left(\frac{ab - a\,\text{sen.}\phi\sqrt{(b^2 - a^2)}}{\left(b - \sqrt{(b^2 - a^2)}\right)\sqrt{\left(a^2\text{sen.}^2\phi + b^2\cos.^2\phi\right)}}\right);$$

ma eſſendo *S* la ſuperficie di una di queſte porzioni qualunque, $\sqrt{\left(\frac{2rS}{c}\right)}$ (§. XVI.) è il raggio del cerchio uguale a detta ſuperficie . Dunque generalmente ſarà (*F*)

(*F*)

$$(F) \ldots\ldots \sqrt{\left(\frac{a^2b^2\,\text{sen.}\phi}{a^2\,\text{sen.}^2\phi + b^2\cos.^2\phi} - b^2 + \frac{a^2b}{\sqrt{(b^2 - a^2)}}\,\text{lg.}\frac{ab - a\,\text{sen.}\phi\sqrt{(b^2 - a^2)}}{\left(b - \sqrt{(b^2 - a^2)}\right)\sqrt{\left(a^2\text{sen.}^2\phi + b^2\cos.^2\phi\right)}}\right)}$$

il raggio *ER* del parallelo planieliſſoidico *RST* corriſpondente al parallelo terreſtre *Nq* per la latitudine qualunque ϕ ſu la terra . Col mezzo pertanto della longitudine e latitudine date per qualſivoglia punto ſu la ſuperficie terreſtre ſi determinerà il ſito conveniente a queſto punto in longitudine e latitudine ſu la planieliſſoide, cioè relativamente a'principali cerchj della terra , ch' è il primo eſſenziale requiſito della Geografia.

§. XXXIX.

Ma con queſti elementi abbiamo pure veduto (§. XXII.), che ſi determina , e ſi diſtende ſopra un piano qualunque figura data ſu la ſuperficie de' ſolidi sferoidali . In conſeguenza se la figura *BaqrB* (*Fig. III.*), o tal altra qualunque abbracci l'eſtenſione di un Impero , di un Regno, o di tal altra qualunque partizione ſuperficiale della terra , e ſieno date in tavole le longitudini e latitudini de' luoghi che vi ſono compreſi, l'indicata coſtruzione inſegna a delinearla ſu la planisferoide *GHL* sì, che nella figura piana $B''a''q''r''B''$ che ne riſulta, oltre all' eſſere contenuta l' area ſteſſa della figura deſcritta *BaqrB* , tutti i punti vi ſono collocati nella ſituazione convenevole per riſpetto a' principali cerchj dell' aſtronomia , come ſono ſu la ſuperficie terreſtre. Ma per facilità e comodo de' geografi coſtruttori delle Mappe , ſe alla figura eliſſoidica piaceſſe di accomodarſi , ſarebbe d' uopo il diſporre in tavole i raggi de' paralleli planieliſſoidici tratti dalla la formula (F) (§. XXXVIII.) per qualunque latitudine ϕ di grado in grado, o ſecondo tal diviſione che foſſe creduta opportuna.

§. XL.

Ma prima di laſciare l' ipoteſi della terra eliſſoidica non ſarà infruttuoſo il trarre da queſti principj alcune altre conſeguenze attaccate al noſtro ſoggetto in queſta ſuppoſizione. E primamente poſta, come quì innanzi, ϕ la latitudine di qualunque punto N ſull' eliſſoide (*Fig. II.*), troveremo per una funzione della latitudine ϕ la diſtanza

$$EN = \frac{\sqrt{(a^4 \,\text{sen.}^2 \phi + b^4 \cos.^2 \phi)}}{\sqrt{(a^2 \,\text{sen.}^2 \phi + b^2 \cos.^2 \phi)}},$$

e inſieme l' angolo ENZ che fa la linea EN con la direzione della gravità, o con la perpendicolare alla curva in N, cioè

$$\text{sen.}\ ENZ = \frac{(b^2 - a^2)\,\text{sen.}\,\phi \cos.\,\phi}{\sqrt{(a^4 \,\text{sen.}^2 \phi + b^4 \cos.^2 \phi)}}.$$

§. XLI.

E ſi come può conſiderarſi un meridiano della terra come formato da piccoli archi circolari ſucceſſivi ciaſcheduno di un grado, i cui centri ſieno ne' punti di concorſo di due verticali proſſime, cioè da archi circolari oſculatori dell' eliſſe per ciaſcun grado di latitudine, così per l' arco elittico di un grado in una latitudine ϕ ſi può prendere l' arco circolare di un grado deſcritto col raggio oſculatore dell' eliſſe nel mezzo di detto arco elittico. Poſto ciò, eſſendo per la sferoide noſtra $\frac{dx}{dy} = -\frac{\cos.\,\phi}{\text{sen.}\,\phi}$, e

$$x = \frac{b^2 \cos.\,\phi}{\sqrt{(a^2 \,\text{sen.}^2 \phi + b^2 \cos.^2 \phi)}},\ \text{e però}$$

dx

$$dx = -\frac{a^2 b^2 d\phi \,\text{sen.}\,\phi}{\sqrt{(a^2 \,\text{sen.}^2 \phi + b^2 \cos.^2 \phi)^3}}$$

uſate le conſuete formule, ſi troverà eſſere il raggio pel punto di latitudine ϕ della ſeguente forma

$$NY = \frac{a^2 b^2}{\sqrt{(a^2 \,\text{sen}^2.\, \phi + b^2 \cos.^2 \phi)^3}}$$

Ora la ſemicirconferenza del cerchio che ha l' unità per raggio è 3, 14159365, e l' arco di un grado è 0, 017453292, e però poſta $1 : g$ la ragione del raggio alla lunghezza di un tal grado, ſarà manifeſtamente $\frac{a^2 b^2 g}{\sqrt{(a^2 \,\text{sen.}^2 \phi + b^2 \cos.^2 \phi)^3}}$ la grandezza proſſima di un arco elittico di un grado per qualunque latitudine ϕ preſa in mezzo di queſto grado. Ma $\text{sen.}^2 \phi = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos.\, 2\phi$, e $\cos.^2 \phi = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos.\, 2\phi$; dunque detta grandezza ridotta ſarà (M)

$$(M) \ldots\ \frac{a^2 b^2 g}{\sqrt{\left(\frac{a^2}{2}(1 - \cos.\, 2\phi) + \frac{b^2}{2}(1 + \cos.\, 2\phi)\right)^3}}$$

§. XLII.

Come poi il raggio NQ di qualunque parallelo Nq nella sferoide elittica è $x = \frac{b^2 \cos.\,\phi}{\sqrt{(a^2 \text{sen.}^2 \phi + b^2 \cos.^2 \phi)}}$, poſta ϕ la latitudine del punto N, ed è $\frac{a^2 b^2}{\sqrt{(a^2 \,\text{sen.}^2 \phi + b^2 \cos.^2 \phi)^3}}$ il raggio variabile dell' eliſſoide al punto di latitudine ϕ, è manifeſto, che, fatte le riduzioni precedenti, i gradi de' paralleli, e i gradi de' meridiani ſotto la ſteſſa latitudine ϕ, ſaranno tra di sè come $\cos.\,\phi\ (a^2 (1 - \cos.\, 2\phi)$ $+ b^2$

$+ b^2(1+\cos.2\phi))$: $2a^2$, cioè come $(K+\cos.2\phi) : \frac{2a^2}{(b^2-a^2)\cos.\phi}$, posto $\frac{b^2+a^2}{b^2-a^2} = K$.

§. XLIII.

Ed ecco come l' equazione (M) conduce pure direttamente a determinare la relazione de' due ſemiaſſi a, b, date le miſure attuali di due gradi ſotto le latitudini date ϕ, ϕ', ed anche ſe ſi voleſſe il valore dell' uno e dell' altro. Imperciocchè ſia P la lunghezza del grado miſurato ſotto la latitudine ϕ, P' la lunghezza di un grado ſotto la latitudine ϕ'. Sarà $\frac{a^4b^4g^2}{\left(\frac{a^2}{2}(1-\cos.2\phi)+\frac{b^2}{2}(1+\cos.2\phi)\right)^3} = P^2$,

$\frac{a^4b^4g^2}{\left(\frac{a^2}{2}(1-\cos.2\phi')+\frac{b^2}{2}(1+\cos.2\phi')\right)^3} = P'^2$, e però $P^{2:3}(a^2(1-\cos.2\phi)+b^2(1+\cos.2\phi))$ $= P'^{2:3}(a^2(1-\cos.2\phi')+b^2(1+\cos.2\phi'))$, cioè dividendo l'uno e l' altro membro per b^2-a^2, e ponendo come qui ſopra $\frac{b^2+a^2}{b^2-a^2} = K$, ſarà

$$P^{2:3}(K+\cos.2\phi) = P'^{2:3}(K+\cos.2\phi').$$

In conſeguenza (N) ... $K = \frac{b^2+a^2}{b^2-a^2} = \frac{P'^{2:3}\cos.2\phi'-P^{2:3}\cos.2\phi}{P^{2:3}-P'^{2:3}}$

e però K ſarà quantità cognita.

Ma $K+1 = \frac{2b^2}{b^2-a^2}$, $K-1 = \frac{2a^2}{b^2-a^2}$; dunque $b : a = \sqrt{(K+1)} : \sqrt{(K-1)}$ ch' è la relazione tra il ſemiaſſe maggiore b, e il minore a. E ſe ſi ponga nell' eſpreſſione

$$P^2 = \frac{8a^4b^4g^2}{\left(a^2(1-\cos.2\phi)+b^2(1+\cos.2\phi)\right)^3} = \frac{8a^4b^4g^2}{(b^2-a^2)^3(K+\cos.2\phi)^3},$$

$\frac{\overline{K-1}^3}{a^2}$ in luogo di $\frac{8a^4}{(b^2-a^2)^3}$, e $\frac{K+1}{K-1}$ in luogo di $\frac{b^2}{a^2}$, ſi avrà l' equazione $b^2 = \frac{P^2(K+\cos.2\phi)^3}{g^2(K-1)^2(K+1)}$, e però ſarà il ſemiaſſe terreſtre maggiore

$$b = \frac{P(K+\cos.2\phi)}{g(K-1)} \sqrt{\left(\frac{K+\cos.2\phi}{K+1}\right)};$$

e poſto $\frac{a\sqrt{(K+1)}}{\sqrt{(K-1)}}$ in luogo di b, ſarà il ſemiaſſe minore

$$a = \frac{P(K+\cos.2\phi)}{g(K+1)\sqrt{(K-1)}} \sqrt{(K+\cos.2\phi)},$$

eſſendo K data dall' equazione (N) pe' coſeni di ϕ, ϕ', e pe' gradi miſurati P, P'.

Ma queſto baſti dell' applicazione de' noſtri principj alla figura della terra ſuppoſta eliſſoide di rivoluzione. Non eſſendo definita l' ellitticità non è poſſibile il coſtruire le Tavole di cui in fine del §. XXXVIII., nè il diſcendere alla coſtruzione delle Mappe e alla riſoluzione de' Problemi proprj della ſcienza geografica. Queſto ſarà l' oggetto de' ſeguenti Capitoli, nell' applicazione che faremo de' medeſimi principj alla Geografia sferica, applicazione tutta ſintetica e facile per intelligenza comune, e perciò diſteſa in via elementare sì, che poſſa reggere da sè ſenza neceſſità di ricorrere alle Propoſizioni dimoſtrate nella Teoria generale del V., e VI. Capitolo. Nè ommetterò per fine di moſtrare partitamente, come in queſta nuova Teoria geografica tutti vengano a ſoddisfarſi i requiſiti della Geografia eſpoſti nel §. IV. di queſto Trattato.

CAPI-

CAPITOLO OTTAVO

Della ſuperficie e delle parti ſuperficiali della Sfera

§. XLIV.

PROPOSIZIONE I.

L*A ſuperficie di una sfera è quadrupla d' uno qualunque de' cerchi maſſimi della medeſima sfera.*

Queſto illuſtre Teorema è di Archimede, e ſe ne può vedere la dimoſtrazione nelle di lui Opere, e in altre poſteriori moltiſſime.

§. XLV.

PROPOSIZIONE II.

Se la sfera venga ſegata comunque con un piano, e la ſezion comune alla ſuperficie ſia la circonferenza del circolo DNFQD (Fig. IV.) *avente per polo il punto* A, *la ſuperficie di qualunque porzione della sfera* DAF *è uguale al cerchio che ha per raggio la retta* AD *che dal vertice o polo* A *ſi conduce alla circonferenza del circolo* DNFQD, *ch' è la baſe della porzione sferica* DAF.

E queſto pure è Teorema trovato e dimoſtrato da Archimede.

COROLLARJ.

I. Condotto il diametro *BC* parallelo alla corda *DF*, e dal vertice o polo *A* tirata la retta *AC*, cor-

H 2 da

da del Quadrante AC, la ſuperficie dell' emisfero BAC ſarà uguale al cerchio avente per raggio la AC.

II. E la zona sferica $BDFC$ ſarà uguale alla zona circolare compreſa tra le circonferenze concentriche deſcritte co' ſemidiametri AC, AD.

III. Se dunque col centro K (*Fig. V.*) e con qualſivoglia intervallo KA uguale a KC venga deſcritto il quadrante di cerchio AC, retto al piano ſottopoſto, e, condotta la AC, nel ſoggetto piano col medeſimo centro K ed intervallo della corda AC ſia deſcritta la circonferenza di cerchio $R'DEZTSR''$, e coll' intervallo KC nello ſteſſo piano la circonferenza $CBB'RQ$; e in oltre s' intenda generato un emisfero dalla rivoluzione del quadrante $AKCA$ intorno all'aſſe AK, ſarà il circolo $R'DEZTSR''$ il vero planisfero, la vera ſuperficie appianata dell' emisfero avente per raggio la corda AC, e l' equatore della sfera ſarà il circolo $CBB'RQ$.

IV. E ſe ſi conducano all' aſſe AK da quali punti M, F, M' ecc. ſi vogliono del quadrante AC le perpendicolari MI, FH, $M'\Phi$ ecc., e co' centri I, H, Φ ecc. ed intervalli IM, HF, $\Phi M'$ ecc. ſi deſcrivano le circonferenze MN, FG, $M'N'$ ecc. ſu la ſuperficie sferica, ſaranno queſte circonferenze i circoli paralleli della sfera.

V. In conſeguenza, condotte le corde AM', AF, AM, ſe col centro K e cogl' intervalli AM', AF, AM ſi deſcrivano nel piano ſottopoſto le circonferenze $M_{,}N_{,}$, $F_{,}G_{,}$ $_{,}M_{,}N$, ſaranno eſſe i circoli paralleli nel Planisfero corriſpondenti a' circoli paralleli ſu la sfera MN, FG, $M'N'$, com' è la circonferenza DEZ l' equatore del Planisfero corriſpondente all' equatore CB della sfera.

VI. E però, eſſendo le aree de' circoli deſcritti co' raggi $KM_{,}$, KF, $K_{,}M$ uguali reſpettivamente alle porzioni di ſuperficie sferica aventi per polo il punto A, e per baſe i circoli deſcritti co' raggi IM, HF, $\Phi M'$ (Prop. II.), ſaranno le zone piane circolari compreſe dalle circonferenze $M_{,}N_{,}1$, $F_{,}G_{,}2$, e dalle circonferenze $F_{,}G_{,}2$, $_{,}M_{,}N3$ ecc. de' paralleli nel planisfero, uguali reſpettivamente alle zone sferiche corriſpondenti compreſe dalle circonferenze MN, FG, $M'N'$ ecc. de' paralleli nella sfera.

§. XLVI.

PROPOSIZIONE III.

Poſte le quali coſe, e condotto pel punto B *dell' equatore della sfera il raggio* KE *del planisfero* DEZ, *dico, che la ſuperficie sferica del Trilineo* ACB *compreſo dai due quadranti di cerchio maſſimo* AC, AB, *e dall' arco dell' equatore* CB, *ſarà uguale alla ſuperficie piana del ſettore circolare* KDE.

Imperciocchè la ſuperficie dell' emisfero alla ſuperficie del Trilineo sferico ACB ſta come la circonferenza del circolo $CBB'RQ$ all'arco CB, cioè come la circonferenza del circolo $DEZTS$ all' arco DE, e però come l' area del circolo $DEZTS$ all' area del ſettore KDE. Ed è la ſuperficie dell' emisfero uguale alla ſuperficie del circolo $DEZTS$ (§. XLV.). Dunque la ſuperficie del Trilineo sferico ACB è uguale all' area del ſettore KDE. Il che ecc.

§. XLVII.

PROPOSIZIONE IV.

La ſuperficie di qualunque Trilineo sferico AMN *compreſo dagli archi uguali di cerchj maſſimi* AM, AN, *e dall' arco del parallelo* MN *nella sfera, è uguale all' area del ſettore* KM,N, *compreſo dalle corde uguali* KM, , KN, *del parallelo corriſpondente nel planisfero.*

La

La superficie della porzione sferica avente per base il parallelo *MN* sta alla superficie del Trilineo sferico *AMN*, come la superficie dell' emisfero alla superficie del Trilineo sferico *ACB*. E la superficie dell' emisfero è alla superficie del Trilineo *ACB* come la superficie del circolo *DEZTS* al settore *KDE*, o come la superficie del circolo $M_{,}N_{,}$ al settore $KM_{,}N_{,}$. Dunque la superficie della porzione sferica avente per base il parallelo *MN* è alla superficie del trilineo sferico *AMN*, come l'area del circolo $M_{,}N_{,}$ all' area del settore $KM_{,}N_{,}$. Ma la superficie di quella porzione sferica è uguale all' area del circolo $M_{,}N_{,}$ (Prop. II.). Dunque la superficie sferica del Trilineo *AMN* è uguale all' area del settore $KM_{,}N_{,}$. Il che ecc.

COROLLARJ.

VII. Similmente la superficie del trilineo sferico *AFG* sarà dimostrata uguale all' area del settore $KF_{,}G$, quella del Trilineo *AM'N'* uguale all' area del settore $K_{,}M_{,}N$, e così similmente di tutti gli altri.

VIII. E però la superficie dell' unghia sferica *MCBNM* sarà uguale alla superficie dell' unghia piana $M_{,}DEN_{,}M_{,}$, la superficie dell' unghia sferica *FCBGF* uguale all' area della piana $F_{,}DEG_{,}F_{,}$, la superficie dell' unghia sferica *M'FGN'* uguale alla superficie della piana $_{,}MF_{,}G_{,,}N_{,}M$, e in generale qualunque unghia sferica superficiale compresa da due uguali archi di cerchio massimo concorrenti nel polo *A* dell' emisfero, e dai due archi de' paralleli terminati dagli archi predetti di cerchio massimo, sarà uguale all' unghia piana superficiale corrispondente nel Planisfero, compresa dalle differenze delle corde condotte dal polo ai termini dell' unghia sferica, e dai due archi paralleli nel Planisfero descritti dalle medesime corde come semidiametri, e terminati dalle predette differenze.

§. XLVIII.

PROPOSIZIONE V.

Data su la superficie sferica qualunque linea LP (Fig. VI.) *e per gli estremi* L, P *di essa linea, e pel polo* A *fatti passare i quadranti di cerchio massimo* AQ, AR *seganti l' equatore in* Q *ed* R, *trovare sul Planisfero la superficie piana uguale alla superficie sferica del trilineo* ALP.

Si facciano passare per tutti i punti infinitamente prossimi *b*, *d* ecc. della linea *LP*, e per *A* i quadranti *Abm*, *Adn* ecc. seganti l' equatore ne' punti *m*, *n* ecc. e per tutti i punti *Q*, *m*, *n*, ecc. *R* si conducano dal centro *K* del Planisfero alla circonferenza i semidiametri *KQS*, *Kmp*, *Knq* ecc. *KRT*. La superficie sferica sarà divisa in Trilinei elementari *AQm*, *Amn* ecc., e il planisfero in settori elementari *KSp*, *Kpq* ecc. Si applichi pertanto al raggio *KS* da *K* verso *S* la sottesa *KL'* dell' arco *AL*, al raggio *Kp* la sottesa *Kb'* dell' arco *Ab*, al raggio *Kq* la sottesa *Kd'* dell' arco *Ad*, e così successivamente. Congiunti i punti *L'*, *b'*, *d'* ecc. *P'*. dico, che l' area del Trilineo piano *KL'P'* sarà uguale alla superficie del Trilineo sferico *ALP*.

Sieno perciò su la superficie sferica descritti gli archetti elementari *La*, *bc*, ecc. de' paralleli appartenenti a' punti dell' emisfero *L*, *b* ecc., e sul planisfero gli archetti elementari de' paralleli corrispondenti *L'a'*, *b'c'* ecc. E poichè la superficie del Trilineo sferico *ALa* elementare, o *ALb*, è uguale alla superficie piana del settore *KL'a'* elementare, o del trilineo piano omologo *Kb'd'* (Coroll. VII.), e similmente la superficie del trilineo *Abc*, o *Abd*, è uguale al settore *Kb'c'* o al trilineo *Kb'd'* e così successivamente, come ciascun trilineo sferico elementare è uguale le al suo omologo piano elementare, così sarà l' aggregato di tutti i trilinei elementari sferici insistenti sopra la linea *LP*, cioè l' intera superficie sferica del trilineo *ALP*, uguale all' aggregato di tutti i trilinei elementari omologhi insistenti sopra la linea *LP*, cioè all' intera superficie del trilineo piano *KL'P* ecc. Il che ecc.

§. XLIX.

PROPOSIZIONE VI.

Data reciprocamente su la superficie del Planisfero qualunque linea L'P', *e per gli estremi* L', P' *di essa linea fatti passare due raggi del planisfero* KT, KS, *trovare sopra la superficie dell' emisfero la porzione sferica uguale alla superficie piana del trilineo KL'P'.*

Col centro *K*, e col raggio della sfera si descriva l'arco dell' equatore *QR* simile all' arco *ST* del planisfero, e per *Q*, *R* e il polo *A* si facciano passare i quadranti de' cerchj massimi della sfera *AQ*, *AR*. Sarà la superficie del Trilineo sferico *AQR* (Prop.II.) uguale all' area del settore *KST*. Posto ciò per tutti i punti *b'*, *d'* ecc. della linea *L'P'* si conducano i semidiametri *Kb'p*, *Kd'q* ecc., e a' punti *m*, *n* ecc. dove questi semidiametri segano l' equatore, si conducano pel polo *A* i quadranti di cerchio massimo *Am*, *An* ecc. La superficie piana del settore sarà divisa in settori elementari *KSp*, *Kpq* ec., e la superficie sferica in trilinei elementari *AQm*, *Amn* ec. Si applichi pertanto al quadrante *AQ*, come corda, la retta *KL'* da *A* in *L*, al quadrante *Am*, come corda, la retta *Kb'* da *A* in *b*, al quadrante *An*, come corda, da *A* in *d* la retta *Kd'*, e così successivamente. Congiunti i punti *L*, *b*, *d*, ecc. *P*, dico, che l' area del trilineo sferico *ALP* sarà uguale alla superficie piana del trilineo *K'L'P'*.

Im-

Imperciocchè descritti gli archetti elementari *L'a'*, *b'c'* ecc. de' paralleli sul Planisfero, e similmente gli archetti elementari *La*, *bc* ecc. de' paralleli corrispondenti su la sfera, ciascuna delle superficie piane *KL'a'*, oppure *KL'b'*, *Kb'c'*, oppure *Kb'd'* ecc. essendo uguali a ciascuna delle superficie sferiche *ALa*, oppure *ALb*, *Abc*, oppure *Abd* ecc. respettivamente, sarà manifestamente l' aggregato di tutti i Trilinei piani, cioè il Trilineo *KL'P'* uguale all' aggregato di tutti i trilinei sferici, cioè al Trilineo sferico *ALP*, e però ecc. Il che ecc.

§. L.

PROPOSIZIONE VII.

Proposta una porzione qualunque di superficie sopra la sfera, trovare la superficie piana uguale alla proposta superficie sferica.

Sia *ADEFBA* (*Fig.VII.*) la figura proposta sull'emisfero di cui *K'KGG'* è l'equatore, e *P* il polo. Si conducano dal punto sublime *P* due quadranti di cerchio massimo *PK*, *PG*, che detta figura comprendano passando pe' punti estremi *B*, *D*. Col centro *C* ed intervallo della sottesa al quadrante *PK* si descriva il circolo planisferico *MHIN*, e si prolunghino i raggi *CK*, *CG* dell' equatore fino alla periferia del planisfero in *H*, *I*. Sarà per le cose dimostrate la superficie del trilineo sferico *PKGP* uguale all' area del settore *CIH*. Posto ciò col metodo della Prop. V. si tagli dal settore *CIH* il trilineo *CB'A'D'* la cui area sia uguale alla superficie del trilineo sferico *PBAD*. E di nuovo dal medesimo settore si tagli il trilineo *CB'F'E'D'* uguale alla superficie del trilineo sferico *PBFED*. Togliendo pertanto dagli uguali trilinei *CB'F'E'D*, *PBFED* gli uguali trilinei *C'B A'D*, *PBAD*, respetti-

 vamen-

vamente, sarà la rimanente figura $A'B'F'E'D'A'$ uguale alla rimanente figura $ABFEDA$, come doveva trovarsi.

§. LI.

E' facile da vedersi, che la stessa costruzione avrebbe potuto praticarsi per parti dividendo in due la figura col quadrante $PAaL$, e conducendo per L il raggio CLQ nel planisfero. Costrutti i due trilinei piani $CB'A'$, $CB'F'a'A'$ uguali respettivamente alle superficie de' trilinei sferici PBA, $PBFaA$, sarebbesi determinata l' area piana $B'F'a'A'B'$ uguale alla porzione sferica $ABFaA$; e similmente poi l' altra $A'a'E'D'A'$ sarebbesi fatta uguale alla porzione sferica $AaEDA$, onde tutta la figura piana $A'B'F'E'D'A'$ sarebbe riuscita uguale a tutta la sferica proposta $ABFEDA$, come prima.

§. LII.

PROPOSIZIONE VIII.

Reciprocamente, proposta qualunque superficie piana, determinare sopra la superficie di una sfera la porzione superficiale uguale all' area della superficie piana proposta.

Sia $A'B'F'E'D'A'$ la proposta figura piana, e sia CHI il settor circolare entro il cui ambito è contenuta detta figura. Si cerchi il lato del quadrato in cui il raggio CI del settore sia diagonale. Sia CK questo lato. Col centro C e col raggio CK s' intenda descritto il quadrante PK il cui piano PCK sia perpendicolare al piano del settore in cui è descritta la proposta figura. Rivolgendo il quadrante PK intorno al semidiametro PC finchè il punto K seghi il raggio del settore in G, la superficie sferica PKG riuscirà manifestamente uguale al settore CHI, e sopra di essa si tratterà di descrivere la figura $ABFEDA$ di cui la superficie sferica sia uguale alla superficie piana proposta. Col metodo pertanto della Proposizione VI. o costruendo successivamente i trilinei sferici $PBAD$, $PBFED$ uguali respettivamente a' trilinei piani $CB'A'D'$, $CB'F'E'D'$, o operando per parti come nello scolio precedente, si descriverà la figura sferica $ABFEDA$ la cui superficie riuscirà uguale all' area proposta $A'B'F'E'D'A'$. Il che ecc.

§. LIII.

Di qua potrebbero ricavarsi moltissime belle speculazioni; ma quì non possono aver luogo. Basti solamente l' accennare, che in queste Proposizioni è aperta una via semplicissima, onde risolvere in molti modi il Problema decantato del *Viviani* nostro, diretto e inverso, ch' egli propose del 1692 a tutti i Matematici dell' Europa in questi termini. " Quæritur forma templi Hemisferici, quatuor æqua-" libus, ac similibus, similiterque positis fenestris ita " interrupti, ut his detractis reliquum hemisfericæ " superficiei sit absolute quadrabile "; Problema non isdegnato dal *Leibnizio*, dal *Bernoulli*, e da altri insigni uomini di quel tempo. Ma passiamo ad applicare questa Teorica alla Geografia, ch' è il nostro argomento.

CAPITOLO NONO

Applicazione di queſti principj alla Geografia in ſuppoſizione della Terra sferica.

§. LIV.

I. E Primamente conſideraremo, come s' è fatto ne' Capitoli precedenti, il vertice o polo A dell' emisfero QAC (*Fig. V.*) come uno de' poli reali della Terra. E perciò l' arco di cerchio maſſimo AC ſarà uno de' meridiani terreſtri. $CBB'RQ$ l' equatore della Terra, e ciaſcun circolo MN, FG, $M'N'$ ecc. un parallelo terreſtre.

II. In conſeguenza eſſendo il raggio KD uguale alla corda AC di 90°, ſarà il circolo $R'DEZTSR''$ deſcritto con queſto raggio, il vero Planistero della Terra, cioè il cerchio la cui area è uguale alla ſuperficie dell' emisfero terreſtre.

III. E però ſe ſi chiami, come s'è fatto quì innanzi, latitudine polare l' arco del meridiano intercetto tra un punto qualunque F e il polo A, e col centro K e coll' intervallo della corda AF di queſta latitudine ſi deſcriva il circolo $F_{,} G_{,} 2$ nel piano del Planisfero, ſarà queſto circolo il circolo appianatore della porzione ſuperficiale del globo avente per baſe il parallelo terreſtre FG, e ſarà $F_{,} G_{,} 2$ il parallelo planisferico corriſpondente al terreſtre FG.

IV. E le zone del Planisfero interpoſte tra l'equatore planisferico $R'DEZTSR''$, e i paralleli planisferici ſaranno ſempre uguali alle zone sferiche ſuperficiali della Terra interpoſte tra l' equatore e i paralleli terreſtri corriſpondenti ai planisferici.

V. Così pure la ſuperficie di qualunque trilineo sferico ABC della ſuperficie terreſtre compreſo tra due meridiani AC, AB, e l' arco dell' equatore CB, ſarà uguale nel planisfero all' area del ſettore corriſpondente KDE compreſo dai raggi che paſſano pe' punti C, B.

VI. E con qualunque corda AM del meridiano per raggio deſcritto l' arco $M_{,}N_{,}$, l' area del ſettore $KM_{,}N_{,}$ nel planistero ſarà uguale alla ſuperficie del trilineo sferico terreſtre AMN; e l' unghia piana $M_{,}N_{,}ED$ ſarà uguale alla ſuperficie dell'unghia terreſtre $MNBC$.

VII. Ha pertanto ciaſcun trilineo sferico AMN ſulla ſuperficie della Terra un ſettore omologo $M_{,}KN_{,}$ ſul Planisfero, il cui angolo piano centrale $M_{,}KN_{,}$ è uguale all' angolo polare sferico MAN, e la cui area uguaglia la ſuperficie sferica del trilineo, e il raggio KM, uguaglia la corda AM della latitudine polare de' punti M, N.

VIII. Ciaſcun parallelo terreſtre MN ha il ſuo parallelo omologo $M_{,}N_{,}$ nel Planisfero, il quale è baſe del ſettore omologo al trilineo sferico AMN, che ha preciſamente il parallelo terreſtre per baſe.

IX. I gradi de' differenti paralleli ſul Planisfero ſono tra di sè come le corde reſpettivamente delle latitudini polari de' paralleli. Così appunto nella sfera ſono i gradi de' differenti paralleli tra di sè come i ſeni delle medeſime latitudini polari. Dunque un grado di un parallelo ſul planisfero ſarà ad un grado del parallelo corriſpondente ſu la ſuperficie della terra, come la corda della latitudine polare del parallelo al ſeno coſtantemente.

X. Come dunque ſul globo terracqueo è eſpreſſa la latitudine polare di qualſivoglia punto N dall'arco co AN del meridiano, così ſul Planiſfero noſtro ſarà detta latitudine eſpreſſa dalla corda AN del medeſimo arco, cioè dalla retta $KN_{,}$ eguale ad AN, e però il punto $N_{,}$ ſul Planiſfero corriſponde in latitudine al punto N ſu la ſuperficie della Terra.

XI. Ma corriſponde eziandio preciſamente la longitudine del punto $N_{,}$ nel planiſfero a quella del punto N ſu la terra. Imperciocchè come egli è ſull' equatore terreſtre $CBRQ$ che ſi miſura la longitudine de' luoghi ſu la terra, così ſull' equatore planiſferico $DE\Gamma S$ ſi miſura pure la longitudine de' medeſimi luoghi diſteſi ſul planiſfero. Dunque ſe ſia AC il primo meridiano terreſtre, ſarà CB la longitudine del punto N. Ma al punto C della terra corriſponde il punto D nel planiſfero, giacchè KD è la corda dell'arco AC per coſtruzione, e al punto B il punto E: e ſono ſimili gli archi DE, CB; dunque la longitudine del punto $N_{,}$ ſul planiſfero eſſendo miſurata dall' arco DE, corriſponde preciſamente alla longitudine del punto N miſurata dall' arco CB.

XII. ~~Per determinare in conſeguenza~~ ſul planiſfero la poſizione di qualunque punto G della terra dato in latitudine polare e in longitudine, baſta prendere la corda AG dell' arco AG, cioè la corda della data latitudine polare, e col centro K ed intervallo uguale ad AG deſcrivere l' arco indefinito del parallelo planiſferico $F_{,}2$ corriſpondente al terreſtre FG, in cui è il punto G. Se dunque ſia, come qui innanzi, il punto D origine delle longitudini nel planiſfero, non s' ha che a prendere l'arco DE uguale alla longitudine data del punto G, e condotto il raggio KE nel planiſfero ſegante il parallelo planiſferico $F_{,}2$ nel punto $G_{,}$, ſarà $G_{,}$ il punto della Terra G di cui era propoſito di determinare la poſizione nel planiſfero.

XIII. Quindi s' intende chiaramente come le determinazioni ſul planiſfero de' punti tutti di una figura qualunque coſtituita ſu la ſuperficie di una sfera da traſportarſi e diſtenderſi in piano, ſi riducono a quanto abbiamo nel precedente articolo operato per un punto dato di poſizione ſu la terra da eſſere collocato ſul planiſfero geografico colla latitudine e longitudine, che ha in proprietà il punto ſu la ſuperficie terreſtre.

XIV. Come pertanto le figure piane che riſultano ſul planiſfero dietro a ſimili coſtruzioni rieſcono eſattamente uguali in ſuperficie alle propoſte ſuperficie sferiche terreſtri da traſportarſi, e la poſizione de' punti di dette figure per riſpetto a' cerchj aſtronomici rieſce per appunto ſul planiſfero, com'è ſulla terra medeſima, così vedeſi lucidamente, che la faccia della terra ſul planiſfero noſtro per ſola geometrica e ben facile coſtruzione è in sì ſtretto legame con la ſuperficie effettiva del globo sì in riguardo a sè e alle ſue parti, che alla relazione co' punti dell' univerſo, che non è per avventura figura piana di ugual ſuperficie, così all' emisferica della terra come a ciaſcheduna porzione dell' emisferica ſuperficie, che più di queſta ſia aſtronomicamente ſimile alla figura rappreſentata. Ma faremo qui appreſſo un particolar eſame, onde riconoſcere, come reſtino anche le altre condizioni della Geografia ſoddisfatte, dopo che avremo trattato del modo di coſtruire le Mappe, onde ſi eſtimi dal fatto la bontà del metodo che da queſti principj è dato di ricavare.

§. LV.

§. LV.

PROPOSIZIONE VIII.

Disegnare sopra un piano la Mappa emisferica Australe o Boreale della Terra.

I. Rappresenti la linea *BC* (*Fig. VIII.*) il semidiametro della Terra. Col centro *B* e col raggio *BC* si descriva il quadrante *ABC*, e col centro *K* (*Fig. IX.*), e coll' intervallo della corda *AC* del quadrante si descriva il circolo *PQRS*. Sarà questo circolo il Planisfero geografico, o l' emisfero appianato, su cui si tratta di disegnare geograficamente la Mappa terrestre, *K* sarà il polo della Terra, la circonferenza *PQRS* l' equatore.

II. Pertanto si divida in 90 gradi il quadrante *AC*, e in 360 la circonferenza del Planisfero *PQRS*, numerandoli dal punto *S* verso *P*, sicchè dal punto *S* prendano pure a numerarsi i gradi di longitudine secondo l' ordine stesso della graduazione. Essendo date le Tavole delle latitudini e longitudini particolari de' luoghi della Terra da segnarsi sul Planisfero, secondo che l' emisfero sarà l' Australe o il Boreale, la collocazione de' punti si farà in questo modo. Poichè le latitudini si contano nelle Tavole dall'equatore al polo, si faccia, che nel quadrante *ABC* il punto *A* rappresenti il polo della Terra, perchè i gradi di latitudine riescano da *C* verso *A* secondo il costume, ma si contrassegnino a tutti i punti di divisione del quadrante i complementi respettivamente delle latitudini equatoriali, onde la numerazione de' gradi si faccia anche contrariamente da *A* verso *C*. Posto ciò, per la longitudine primamente di un punto qualunque si numerino sull' equatore planisferico da *S* i gradi dati dalle Tavole per un tal punto, e sia in *M* il ricapito della numerazione. Condotta *KM*, sarà essa il meridiano planisferico, che passa pel punto dato. E quanto alla latitudine, sia *CD* nel quadrante *ADC* la latitudine equatoriale di un tal punto data dalle Tavole. Si seghi dalla *KM* la *KF* uguale alla corda del complemento *AD*, cioè alla corda della latitudine polare del medesimo punto segnata di sotto, e sarà *F* il luogo nel planisfero, ove dee collocarsi il punto dato.

III. Pertanto col contro *K*, e coll' intervallo *KF* descritto il cerchio *FGH*, sarà esso il parallelo planisferico del punto *F*, e di tutti gli altri punti posti alla medesima latitudine col punto *F*. In conseguenza operando nello stesso modo per tutti gli altri punti di longitudine e latitudine date dalle Tavole, sarà ciaschedun di loro collocato sul planisfero così nel parallelo come sotto il meridiano corrispondente al luogo ch' egli occupa su la superficie del globo terrestre; e saranno disegnati sul planisfero così i meridiani come i circoli paralleli della Terra.

IV. Le latitudini dovranno essere graduate sopra i quattro meridiani cardinali *KS*, *KP*, *KQ*, *KR*, e le longitudini sopra l' equatore del planisfero *PQRS*.

V. E se piaccia descrivere nel medesimo planisfero la parte dell' Eclittica che vi recapita, non è difficile il farlo per punti, come si determina sopra di esso la posizione di tutti i punti terrestri. Basterà solamente col mezzo della Tavola delle ascensioni rette e delle declinazioni operare come si fa pe' punti della terra da situarsi nel planisfero col mezzo della Tavola delle longitudini e delle latitudini: il che non può avere difficoltà. In tal modo sarà geograficamente disegnata sopra un piano la superficie terrestre, o la Mappa emisferica, come doveva farsi.

§. LVI.

Che ſe per la coſtruzione del Planisfero geografico ſi trovi più comodo il ſervirſi della linea *BC* (*Fig. VIII.*) rappreſentante il ſemidiametro della Terra, come ſcala, baſterà conſiderarla parte aliquota del raggio delle Tavole trigonometriche, e dividerla attualmente nel corriſpondente numero di parti eguali. In tal guiſa ſi fa toſto noto dalle Tavole medeſime in parti di tal raggio il valore di ciaſcuna corda che ſi è ricavato dal quadrante *ADC*. Sembra che poſſa baſtare il raggio tavolare di ſole 1000 parti, perchè tutto rieſca trattabile, e perchè le ſcale anche di piccola lunghezza lineare poſſano facilmente dividerſi in mille parti ſenſibili. A queſto oggetto ſi ſono calcolate e meſſe in calce di queſto libro le Tavole delle corde di 15′ in 15′ per tutti i 90 gradi del quadrante, che ſarà coſa utiliſſima a' Geografi sì per la coſtruzione delle Mappe ſecondo queſto metodo, e sì ancora per la formazione ~~delle ſcale, come vedremo. A queſte~~ ſuccedono le Tavole delle longitudini e latitudini equatoriali de' luoghi principali della Terra, che ſi ſono determinate ſino al preſente, cui ho tratto dalle effemeridi di Parigi, ed inſerito in queſto libro per uſo e comodo de' Geografi. I complementi a 90° delle latitudini equatoriali di queſte Tavole ſomminiſtrano ſubitamente le latitudini polari di cui ſi fa uſo in queſto Trattato.

§. LVII.

TEOREMA.

La differenza di due corde qualunque in un circolo ſta alla differenza delle corde ſottendenti archi reſpettivamente

te

te ſimili in un altro circolo, come il ſemidiametro del primo circolo al ſemidiametro del ſecondo.

Sieno *ABD*, *FGK* (*Fig. X.*) due circoli concentrici, e ſieno *BC*, *BD* le corde del circolo maggiore, e condotti i ſemidiametri *MHC*, *MKD* ſeganti il circolo minore in *H*, *K*, ſieno *GH*, *GK* le corde ſottendenti gli archi *GH*, *GHK* reſpettivamente ſimili agli archi *BC*, *BCD*. Pertanto col centro *B* e intervallo *BD* ſi deſcriva l' arco *DE* che incontri la corda *BC* prolungata in *E*, e dal punto *E* ſi meni al centro la *EM*, che incontri in *I* la corda *GH* prolungata; eſſendo per le parallele *GK*, *BD* ſimili i triangoli *GMK*, *BMD*, e ſimili parimenti per le parallele *GH*, *BC* i triangoli *GMH*, *BMK*, ſaranno ſteſſamente ſimili i triangoli *GMI*. *BME*, come pure i triangoli *HMI*, *CME*. Sarà pertanto $BM : MG = BD : GK = BC : GH = BE : GI = CE : HI$; e per eſſere $BD = BE$, ſarà pure $GK = GI$, e *HI* la differenza delle corde *GH*, *GK*. Dunque la differenza *CE* delle corde *BC*, *BD* ſta alla differenza *HI* delle corde *GH*, *GK* come il ſemidiametro *BM* al ſemidiametro *MC*. Il che ecc.

COROLL. I. Sarà pertanto $CE : HI = BD : GK = BC : GH$.

COROLL. II. E condotta qualunque altra corda *BN*, e il raggio *MN* ſegante il cerchio *FGP* in *L*, e la corda *GL*, ſarà *CE* ad *HI* come la differenza tra le corde *BC BN*, alla differenza tra le corde *GH GL*, come pure ſarà *CE* ad *HI* come *BN* a *GL*.

§. LVIII.

PROPOSIZIONE IX.

Coſtruire la Mappa geografica di qualunque parte ſuperficiale terreſtre coſtituita nell' emisfero auſtrale o boreale della Terra.

I. Essendo data la tavola delle latitudini e longitudini de' luoghi da essere compresi nella Mappa, sia *A* uno de' punti notati nella stessa tavola (*Fig. XI.*), il quale per latitudine debba recapitare verso il mezzo del piano destinato per la Mappa, per cui passi l'indefinita *CB* rappresentante il meridiano sotto di cui è collocato il punto *A*; e sia da *C* verso *B* la direzione del meridiano dall'equatore verso il polo dell' emisfero a cui detta Mappa deve appartenere. Si stabilisca proporzionatamente alla grandezza del piano, e ai gradi di latitudine che debbono essere compresi nel piano, la lunghezza in pollici o linee che vuol darsi sul meridiano *CB* al grado di latitudine polare prossima maggiore o prossima minore della latitudine del punto *A*, e sia *AD* questa lunghezza pel grado prossimo minore. Essendo pertanto nota la latitudine polare del punto *A*, sarà pur nota la latitudine del punto *D* differente di un grado da quella del punto *A*, e però saranno note dalle Tavole nostre (§. LVI.) le corde tavolari delle latitudini de' punti *A*, *D*, e la loro differenza tavolare per un raggio di mille parti.

II. Essendo pertanto data in pollici o linee la lunghezza *AD*, s'inferisca come la differenza tavolare delle corde delle latitudini polari de' punti *A*, *D*, alla corda tavolare della latitudine del punto *A*, così la data lunghezza *AD* ad un quarto termine, il quale somministrerà in parti della *AB* la lunghezza *AK* della corda omologa alla tavolare per la medesima latitudine del punto *A* (Prop. preced.); e però sarà *K* il centro del Planisfero a cui appartiene la proposta Mappa per le cose dimostrate antecedentemente. Se dunque col centro *K* e cogl' intervalli *AK*, *DK* si descrivano circonferenze di cerchio; elle saranno i paralleli planisferici de' punti *A*, *D*, e di tutti i punti aventi respettivamente la latitudine de' punti *A*, *D*.

III.

III. Posto ciò, per descrivere gli altri paralleli, per esempio, di grado in grado, basterà determinare in parti di *AD* i segamenti del meridiano *DB*. *AE*, *EC* ecc. differenze delle corde sottendenti successivamente le latitudini polari de' punti *D B*, *A E*, *E C* ecc. differenti di un grado. Per la qual cosa s'instituirà, come differenza tavolare delle corde delle latitudini polari *A*, *D* a differenza tavolare delle corde delle latitudini *D*, *B*, così *AD* a *DB*; come differenza tavolare delle corde delle latitudini polari *A*, *D* a differenza tavolare delle corde delle latitudini *A*, *E*, così *AD* ad *AE*; come differenza tavolare delle latitudini polari *A*, *E* a differenza tavolare delle corde delle latitudini *E*, *C*, così *AE* ad *EC*, e così successivamente; e si troveranno i punti ricercati *B*, *E*, *C* ecc. per i quali col centro *K*, e co' respettivi intervalli *BK*, *EK*, *CK* ecc. si descriveranno i paralleli planisferici de' punti *B*, *E*, *C* ecc.

IV. E quanto alle longitudini, essendo nota la longitudine del punto *A* per supposizione, se occultamente si divida la circonferenza di uno de' paralleli qualunque in gradi sì, che il punto come *B* cada in un punto della graduazione, se il parallelo fosse quello del punto *B*, e si conducano pe' punti della graduazione come *a*, *b* ecc. *c*, *d* ecc. linee rette dal centro *K*, saranno esse i meridiani della Mappa crescenti di un grado successivamente da *B* verso la parte orientale della Mappa, e decrescenti di un grado successivamente da *B* verso la parte occidentale, relativamente al grado di longitudine conosciuta del punto *A*.

V. Non altro pertanto resta da farsi fuorchè il collocare al luogo convenevole tutti i punti che debbono comprendersi nella Mappa secondo la latitudine e longitudine respettivamente date dalla Tavola. E come non tutti possono cadere nelle intersezioni de' paralleli e de' meriridiani ſegnate nella Mappa ancorchè la graduazione foſſe più ſuddiviſa, che non è ſempre permeſſo di fare, così è d'uopo, che con linee occulte la poſizione di ciaſcheduno ſi determini col metodo che abbiamo eſpoſto. Per ciò propoſto da collocarſi nella Mappa un punto, come H, di latitudine e longitudine intermedia, ſe primamente s' inſeriſca, come differenza tavolare delle corde delle latitudini de' punti A, D a differenza tavolare delle corde delle latitudini de' punti A,H, così AD ad un quarto termine, ſi troverà in parti di AD una linea come AP ſul meridiano CK sì, che col centro K ed intervallo PK deſcritto il circolo occulto FG, ſarà eſſo il parallelo che paſſa per H. E ſegnata poi ſul parallelo $dcab$ la differenza Bm delle longitudini de' punti A, H, ſe per m ſi conduca dal centro K il meridiano occulto nmp, ſi avrà nell' interſezione di queſto meridiano col parallelo FG il ſito che conviene nella Mappa al punto H. E così generalmente per qualunque altro punto.

VI. Diſegnata la Mappa, e ſtabilita la ſua maſſima ~~eſtenſione così in latitudine come in~~ longitudine, ne' limiti, o ne'due margini che la circoſcrivono ſettentrionale e meridionale ſi ſegnino i gradi di longitudine, come moſtra la figura, e com'è coſtume di fare, e ne'due margini orientale ed occidentale i gradi di latitudine polare, con che ſarà delinata la Mappa geografica della porzione ſuperficiale della Terra, ch'era propoſito di diſegnare.

§. LIX.

Nella coſtruzione delle Mappe può accadere, che occorra, o ſia propoſto di mettere pochi gradi di latitudine con iſcala grande, e però ſi renda impraticabile il deſcrivere in fatto i cerchj paralleli. In queſto caſo il miglior eſpediente è quello di lavorar per corde, cioè di condurre ſu la Mappa le corde eſatte

de'

de' gradi di longitudine, ſicchè il parallelo diventi il vero poligono regolare di 360 lati inſcritto nel parallelo. Non è metodo più ſicuro di queſto quando non ſia trattabile il raggio.

Pertanto ſia nella Mappa propoſta AB (*Fig. XIII.*) il ſegamento di un meridiano in cui A debba eſſere il limite Nord della Mappa, e B il limite Sud, e tre ſieno i gradi di latitudine che debbono comprenderſi da B in A. Eſſendo per ciò note le latitudini polari de' punti A, B, col mezzo delle Tavole e con le analogie inſtituite nella Prop. precedente, ſi trovi in parti della data AB così la corda AD, come i ſegamenti AC, CR, RB corriſpondenti alle differenze tavolari delle corde delle latitudini polari de' punti A, C, R, B. Ma riuſcendo troppo diſtante il punto D (il quale, come s'è veduto precedentemente, diventa il centro del Planisfero), e però impraticabile la deſcrizione attuale de' paralleli pe' punti A, C, R, B, e il condurre dal punto D i meridiani della Mappa, ſi meni perciò l' indefinita AQ perpendicolare alla BA in A, per cui debbono paſſare i meridiani, come EF, GH ecc. tendenti al punto D, e differenti tra di loro di un grado, ſe così piaccia. E' manifeſto, che AE, AG ecc. ſono le tangenti di un grado, di due gradi ecc. di un cerchio deſcritto col raggio AD. Così dunque eſſendo, poſſono eſſere trovate in parti di AB le AE, AG ecc.

Per la qual coſa ſi coſtituiſcano al punto A gli angoli BAS, BAK ecc. di un grado, di due gradi ecc. e da' punti E, G ecc. ſi conducano le EF, GH ecc. parallele reſpettivamente alle AS, AK ecc. Sarà pertanto determinata la poſizione de' meridiani planisferici che paſſano per E, G ecc. Si conduca CI perpendicolare ad AB in C, e ſi trovi la differenza tra la retta CD, conſiderata come raggio, e la ſecante di un grado in parti della AB, e la ſi porti da I in

L.

L. Condotta CL, sarà ella la corda sottendente l'arco di un grado nel cerchio descritto col raggio CD. Similmente in L costituito l'angolo retto EIM, e fatta $MM = IL$, e condotta LN, sarà parimenti $LN = CL$ corda sottendente l'arco di un grado nel medesimo cerchio descritto col raggio CD. Così facendo in A, R, B, i paralleli de' medesimi punti saranno espressi da poligoni di 360 lati inscritti ne' medesimi paralleli respettivamente, e sarà supplito alla sovverchia distanza del punto D, che può rendere non praticabile la descrizione attuale de' cerchj col centro D. E molto più esatta sarà tal descrizione se gli angoli di longitudine si prendano di 30' in 30', o di 15' in 15', com'è manifesto.

§. LX.

Il metodo precedente del descrivere le Mappe geografiche apre naturalmente una strada che potrebbe essere utilissima in molti casi, ove si tratti specialmente ~~di costruir Mappe non solamente~~ con la posizione relativa de' luoghi, ma con l'estensione effettiva eziandio de' Paesi delineati; il che certamente dalle projezioni non era lecito di pretendere.

§. LXI.

PROPOSIZIONE X.

Prendere in disegno geograficamente l'estensione superficiale di un Regno, o di altra tale porzione considerabile della superficie terrestre.

I. Si determini la latitudine, e la longitudine di tutte le Città, Fortezze, Castella, e Villaggi principali del Regno, finchè le differenze da luogo a luogo di posizione astronomica permettono di essere misu-

surate dall' Astronomo. E parimenti tutto all'intorno dietro al confine da cui il medesimo Regno è circoscritto si pratichino simili determinazioni, quant' è possibile, frequenti, fissando con termini stabili e numerati, ove mancassero naturalmente, tutti i punti delle osservazioni fatte nel perimetro del Regno. Di tutte queste determinazioni si faccia registro in Tavole. Col mezzo di queste Tavole si formi, per così esprimermi, la prima ed essenziale orditura del Disegno, costruendo col metodo della Prop. precedente la Mappa del Regno astronomico-geometrica, non perdonando a grandezza di scala, perchè vi abbiano luogo e riescano distinte le parti intermedie, di cui nell'articolo quì appresso.

II. Restano da mettersi nel medesimo Disegno tutti i luoghi così nel ripieno, come ne' confini del Regno, sfuggiti alle osservazioni astronomiche onde compiere e chiuder la figura. Questa seconda parte può senza grave errore ridursi ad un semplice Problema di Longimetria, in cui si tratti di collocare nel disegno dato di una certa estensione di terreno diversi punti del medesimo terreno non compresi nel disegno dato. In fatto supponghiamo, che sia la *fig. XI.* la Mappa del Regno astronomico-geometrica che dicemmo, e sieno X, C, E, L i luoghi determinati (Art. preced.), tra' quali debbono recapitare i punti, come Z, V, che nella Mappa non sono compresi. Siccome non deve essere molto considerabile lo spazio $XCEL$, così può prendersi come piano su la superficie della Terra, e però subordinarsi alla geometria pratica sul terreno. Posto ciò tutto si riduce a trovare le distanze XZ, XV, e riportarle al meridiano che passa pel punto dato X. Per la qual cosa sia A (*Fig. XII.*) il punto sul terreno corrispondente al punto X della Mappa, e C, D i punti proposti da trasportarsi nella Mappa. Si determinino gli angoli *CAB*, *DAB* che fanno ſul terreno le linee *CA*, *DA* con la meridiana *AB* che paſſa per *A*, ſia col miſurare gli angoli *CAD*, *DAS* fatti dalle medeſime linee *CA*, *DA* con la poſizione del Sole *S* che tramonta, e ſottrarli dall' angolo *BAS*, cui l' aſtronomia inſegna a trovare eſattamente, ſia con un' ottima buſſola, cautamente adoperata e corretta del ſuo declinare dal meridiano in *X*, e ſi trovi poi in parti della ſcala della Mappa la lunghezza delle linee *AC*, *AD*. Se ſi coſtituiſcano al punto *X* della Mappa e al meridiano *XL* del punto *X* gli angoli *m'XL*, *qXL* uguali reſpettivamente agli angoli *CAB*, *DAB* rilevati ſul terreno, e ſi facciano i ſegamenti *XZ*, *XV* uguali reſpettivamente alle lunghezze trovate *CA*, *DA*, ſaranno *Z*, *V* i punti corriſpondenti nella Mappa a' punti *C*, *D* ſul terreno. Così in tutti i Caſi, avvertendo di riportare ſempre i punti da collocarſi nella Mappa data ai meridiani de' luoghi determinati reſpettivamente più vicini, importando moltiſſimo per l' eſattezza, e per iſchifare le riduzioni a comune orizzontale, che non per linee interrotte e coſtituite in diverſi piani ſi rilevino le diſtanze, come *ZX*, *VX* dal punto dato *X*.

III. Per tal modo ſarà compiuta la Mappa generale del propoſto Regno, in cui non ſarà parte che importi di eſſere meſſa in diſegno, che non poſſa aver luogo, ſemprechè il permetta la ſcala aſſunta pel diſegno. Il che ecc.

§. LXII.

Queſto metodo è praticabile non nella ſola ſuppoſizione della Terra sferica, ma in quella eziandio della Terra eliſſoidica (*Cap. VII.*), o d' altra figura di rivoluzione qualunque (*Cap. V. VI.*), giacchè il modo di diſegnare le Mappe geografiche è fondato ſopra un ſolo principio in qualunque ſuppoſizione di figura terreſtre, e non è che l' indole della figura medeſima che poſſa rendere l' applicazione del principio più o men operoſa. E, ſe non erro, ha egli per qualche verſo vantaggi non diſprezzabili ſopra quello del diſegnare i Paeſi co' metodi puramente geometrici, riportando anche tutti i punti principali ad una ſola linea coſtituita nel piano del meridiano che paſſa per un punto di mezzo della Mappa. Queſta maniera per verità, con cui è ſtata preſa la grande Mappa della Francia, e in appreſſo quella dello Stato Pontificio, non può abbaſtanza commendarſi. Ma fatto eſame diligente ſu tutto, e dato il convenevole peſo alle indicibili fatiche, ch' ella richiede, alle innumerabili riduzioni d' angoli a piano comune e di punti a comune orizzonte, alla ſuperficie terreſtre che ne vien trasformata in una moltitudine di piani toccanti la curvità della Terra e miſurata in queſta condizione, inclino a credere non ſenza fondamento, che il modo eſpoſto quì innanzi poſſa meritare qualche attenzione. L' area della noſtra Mappa è preciſamente quella della ſuperficie curva attribuita alla Terra e propoſta da diſegnarſi, in cui con molta eſattezza ſon pure diſpoſti e compreſi i luoghi ſecondarj non determinati come i principali colle oſſervazioni aſtronomiche sì, che al contenere la miſura ſuperficiale del Paeſe, ch' è l' oggetto primario, vi ſi accoppia il vantaggio, che tutti i punti principali rieſcono da sè, in forza del metodo, coſtituiti nella naturale e preciſa ſituazione in cui ſono ſu la Terra per riſpetto a' primarj cerchj dell' Aſtronomia, e aſſai proſſimamente vi rieſcono pure tutti i ſecondarj.

CAPITOLO DECIMO

Della costruzione delle Scale.

§. LXIII.

Resta a trattare brevemente delle scale da essere apposte alle Mappe. Riflettendo pertanto su la costruzione così de' nostri Planisferi, o Mappe emisferiche, come delle Mappe particolari, si comprende facilmente, che il modulo di tutte le misure negli uni e nell' altre è il raggio della Terra. Affinchè dunque abbiano luogo i numeri in tutte le operazioni, e tutte le misure possano esattamente esprimersi per numeri, bisogna, che la linea della scala abbia al raggio della Terra proprio della Mappa proporzione di numero a numero. Questa deve sempre essere la regola da osservarsi nella formazione delle scale, sia che, assunta una linea per iscala, si tratti di stabilire la lunghezza del raggio da appropriarsi ad una Mappa cui è proposito di costruire, sia che, posto il raggio della Mappa costrutta, si tratti di stabilire la linea della scala da apporsi alla Mappa, facendo sempre, che la linea assunta nel primo caso per iscala, o quella da stabilirsi nel secondo, sia commensurabile col raggio della Mappa da costruirsi nel primo, o costrutta nel secondo. Non può dirsi perciò quanto sia utile e comodo il fare, che in tutti i casi il numero esprimente il raggio della Mappa sia sempre il numero attribuito al raggio delle Tavole trigonometriche, o una di lui parte aliquota, come il 1000, di che s'è parlato al §. LVI. Imper-

Imperciocchè venendo nella nostra Geografia sferica sempre in campo le corde o le differenze delle corde d'archi circolari aventi per raggio il raggio della Terra, apparisce subito il vantaggio dell'assumere il raggio tavolare per raggio della Terra nell'essere in pronto in parti aliquote prossime di tal raggio i valori delle corde per ciascun arco dato. Quindi è, che ho creduto bene di porre in calce di quest' opera le Tavole delle corde, come ho accennato in quel paragrafo. E poichè questa denominazione non è ancora usata nella Geografia, chiamaremo *Lega Geografica* la millesima parte del raggio attuale della Terra. Assegnando pertanto ad un raggio medio tra le misure più probabili pertiche parigine 3270000, sarà la lega geografica di pertiche parigine 3270 attuali. Questa lega è di mezzo tra la lega Olandese, e quelle di Alemagna: e quand' anche si dovesse attribuire un po' più, oppure un po' meno di pertiche al raggio terrestre, che non s'è fatto, la lega geografica sarà sempre nella Geografia nostra la millesima parte del raggio, qualunque egli siasi. In conseguenza le parti delle corde nelle nostre Tavole, quelle de' seni, coseni ecc. pel raggio 1000, saranno nella Geografia presente tante leghe geografiche di 3270 pertiche parigine.

§. LXIV.

Posto ciò, se piaccia proporsi una linea di lunghezza data per iscala di una Mappa da costruirsi divisa in p parti uguali, è chiaro che per raggio della Mappa dovrà stabilirsi una linea, che contenga mille di quelle parti uguali, ond' è composta la linea assunta per iscala, con che la scala al raggio avrà proporzione di numero a numero, cioè quella del numero p al mille.

§. LXV.

§. LXV.

E ſe ſi tratti di ſtabilire la ſcala da apporſi ad una Mappa coſtrutta, è facile del pari il rinvenirla sì, che al raggio della Mappa abbia proporzione di numero a numero. Imperciocchè qualunque ſegamento di un meridiano planisferico nella Mappa propoſta, fatto da due paralleli, è ſempre ed effettivamente la differenza delle corde che ſottendono le latitudini polari de' paralleli da' quali detto ſegamento è terminato. In conſeguenza, qualunque di queſti ſegamenti voglia aſſumerſi, ſe ſi trovino nelle noſtre Tavole le corde degli archi di latitudine polare di ciaſcuno de' paralleli da' quali il ſegamento è terminato, e la differenza tavolare delle medeſime corde, è manifeſto, che quel ſegamento diviſo in tante parti uguali quante ſono le unità compreſe in detta differenza tavolare, ſarà la ſcala da apporſi alla Mappa, la quale avrà al raggio della Mappa la proporzione del numero di dette ~~parti eguali al mille, ch' è di numero a~~ numero. Così le parti della ſcala ſaranno, ſecondo il noſtro propoſito, leghe geografiche, mille delle quali coſtituiſcono il raggio attuale della terra. E queſto baſti intorno alla coſtruzione delle ſcale.

CAPI-

CAPITOLO UNDECIMO

Della convenienza di queſto metodo cogli obbietti della Geografia.

§. LXVI.

Eſpoſti i principj della Geografia, cui non ſenza fondamento abbiamo detto aſtronomico-geometrica, ſiccome quella ch'è tutta ſull' Aſtronomia fondata, e ſu la Geometria, e dichiarata la coſtruzione de' Planisferi, e delle Mappe generali e particolari, ragion vuole, che, come abbiamo rigoroſamente cercato di conoſcere (Cap. II. e III.) ſino a qual ſegno l' attuale Geografia al ſuo ufficio ſoddisfaccia, così ſottoponghiamo la nuova al medeſimo cimento. Mi ſo dunque a provare le ſeguenti Propoſizioni.

I.

Dico pertanto, che nel Planisfero geometrico la poſizione di tutti i punti della Terra rappreſentata nelle Mappe coſtrutte ſecondo il metodo eſpoſto per riſpetto a' cerchj aſtronomici diſegnati ſu le Mappe medeſime, corriſponde con legge alla poſizione attuale de' medeſimi punti per riſpetto a' medeſimi cerchj ſu la ſuperficie della Terra.

Ciò non ha biſogno di eſſere dimoſtrato facendolo paleſe la coſtruzione medeſima delle Mappe.

II.

Che la coſtruzione geografica del Diſegno o della Mappa non è difficile a praticarſi, nè in un piano di moderata

e trat-

e trattabile grandezza riefcono confufe le parti difegnate, e molto meno incapaci di meccanica mifura.

Imperciocchè, effendo alla coftruzione delle noftre Mappe inerente e naturale il vantaggio e comodo di rappresentare con linee rette la direzione de' meridiani, e con cerchj concentrici aventi per raggio le corde delle refpettive latitudini polari i paralleli della terra feganti, com'è di fatto ful globo, i meridiani ad angolo retto, la formazione delle Mappe riefce agevoliffima. E fe fi rifletta, che nelle Mappe comuni di projezione il piano di rapprefentazione non è più che uno de' circoli maffimi della Sfera, e che nelle noftre all' oppofito il cerchio planisferico è doppio di un tal circolo, avendo il raggio di quello al raggio di quefto la proporzione del lato alla diagonale del quadrato, fi comprenderà agevolmente, che in parità di raggio non è planisfero di projezione in cui poffano riufcire sì diftinte le parti difegnate, e fenza confufione, come nel geometrico. Siccome poi il planisfero geometrico racchiude la fteffa fuperficie emisferica appianata, e ciafcun quadrilineo piano o unghia piana comprefa da due gradi di meridiani, e due di paralleli uguaglia precifamente la fuperficie dell' unghia sferica corrifpondente e aftronomicamente fimile ful globo della terra, così è vifibile, che l' eftenfione della fuperficie curva in piano lafcia luogo a molto maggiore diftinzione tra le parti del planisfero geometrico, che non può intravenire in un planisfero di projezione, di modo che riefcono elle più percettibili e più capaci in quello che in quefto di meccanica mifura.

III.

Che le diftanze de' differenti punti fu la Terra mifurate fu le noftre Mappe poffono fenza notabile errore af-

fumerfi

fumerfi ufualmente per le effettive, ed hanno poi fempre con quefte determinata relazione per l' ultima efattezza che poteffe occorrere.

E' certo primamente, che qualunque angolo al centro *DKE* (*Fig. V.*) comprefo da due raggi del planisfero noftro è uguale all' angolo sferico polare *CAB* comprefo dai due meridiani fu la Terra *AC*, *AB*, la cui direzione è rappresentata da detti raggi del planisfero *KD*, *KE*. In oltre, prefo qualunque punto $F_{,}$ fopra uno di quefti raggi planisferici, è dimoftrato, che l' intervallo $KF_{,}$ tra effo e il centro *K* è la corda precifa dell' arco *AF* del meridiano intercetto tra il polo e il punto *F* della terra aftronomicamente corrifpondente a detto punto $F_{,}$ ful planisfero, cioè la corda della latitudine polare a tal punto corrifpondente. Dunque una retta $F_{,}\ \mu'$ che congiunga due punti $F_{,}\ \mu'$ qualunque de' predetti raggi ful planisfero è la bafe di un triangolo rettilineo avente per lati le corde delle latitudini polari refpettivamente a detti punti corrifpondenti, e per angolo al vertice il precifo angolo sferico fatto al polo da' meridiani corrifpondenti, o fia la differenza in longitudine de' predetti punti $F_{,}$, μ'. Se dunque fi congiungano fu la sfera terreftre i punti F, μ colla retta $F\mu$, effendo le corde AF, $A\mu$ uguali alle rette $KF_{,}$, $K\mu'$, e l' angolo sferico $FA\mu$ uguale all' angolo piano $F_{,}\ K\ \mu'$, non per altro differifce la corda $F\mu$ full' emisfero dalla diftanza planisferica $F_{,}\ \mu'$, che per la differenza che paffa tra l' angolo sferico $FA\mu$, e l' angolo rettilineo $FA\mu$ fatto dalle corde che fottendono gli archi FA, μA. Ora è noto, che quando l' angolo sferico $FA\mu$ è ottufo o retto, l' angolo rettilineo $FA\mu$ è un po' minore dello sferico $FA\mu$, e in alcun cafo dell' angolo sferico acuto il rettilineo è un po' maggiore dello sferico. Dunque ne' medefimi cafi dell' angolo

M pla-

planiſferico $F_{,}\ K\ \mu'$ ottuſo o retto , od acuto , riuſcirà la diſtanza planiſferica de' punti $F_{,}$, μ' un po' maggiore o minore reſpettivamente della diſtanza retta $F\mu$ ſull' emisfero.

Ma ſi rifletta per un canto, che nella maggior parte de' caſi uſuali non è molto grande la differenza tra l' angolo sferico $FA\mu$, e il rettilineo corriſpondente $FA\mu$, come ne fa fede la formula che daremo quì ſotto, e che anzi infiniti ſono i caſi in cui la corda o diſtanza retta $F\mu$ ſul globo rieſce uguale perfettamente alla diſtanza planisferica $F_{,}\ \mu'$; e per l' altro ſi conſideri , che l' intervallo effettivo tra due punti F , μ ſu la ſuperficie della terra di latitudine e longitudine conoſciute , ſe foſſe cercato geometricamente ſul terreno ſi troverebbe, indipendentemente da riduzioni , non riſpondere nè alla lunghezza $F_{,}\ \mu'$, nè alla $F\mu$, e molto meno all' arco di cerchio maſſimo ſotteſo dalla $F\mu$, ma sì bene ad un irregolare poligono, atteſe le ineguaglianze della ſuperficie terreſtre: ſicchè ſarà ſempre lecito uſualmente l' aſſumere per la diſtanza retta $F\mu$ ſul globo la diſtanza planisferica $F_{,}\ \mu'$, che tanto le ſi accoſta, giacchè la lunghezza di fatto ſempre variabile anche fra' termini di un medeſimo arco di cerchio maſſimo dipende da attuali miſure ſul terreno , e non può dalle Mappe nè ottenerſi , nè pretenderſi . E per verità non è projezione conoſciuta , com' è facile l' accertarſene , che poſſa ſomminiſtrare nel piano di proſpettiva per l' intervallo $F\mu$ lunghezza che più ſe gli avvicini della noſtra $F_{,}\ \mu'$. Ma ſupplito alla prima parte del III. Obbietto della Geografia , facile è dimoſtrare , che la medeſima $F_{,}\ \mu'$ ha determinata relazione con la $F\mu$ ſul globo , e che date le ſole tre linee rette planisferiche $KF_{,}$, $K\mu'$, $F_{,}\ \mu'$ ſi può ſempre ed agevolmente venire in cognizione della $F\mu$, ed anche dell' arco di

di cerchio maſſimo ſotteſo dalla $F\mu$, ch' è ciò che dalle Mappe può richiederſi ragionevolmente.

Imperciocchè ſia $KF_{,} = AF = a$, $K\mu' = A\mu = b$, $F_{,}\ \mu' = c$, e ſia m l' angolo CKB uguale all' angolo sferico CAB, x l' angolo $FA\mu$ rettilineo . E' dimoſtrato nella Tigonometria del Sig. *Cagnoli* al Cap. XVIII. , che

$$(A) \ldots\ \cos. x = \cos. m \sqrt{\left(1 - \frac{a^2}{4}\right)\left(1 - \frac{b^2}{4}\right)} + \frac{ab}{4}$$

ed è poi per altre ragioni trigonometriche

$$(B) \ldots\ (F\mu)^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos. x$$

$$(C) \ldots\ (F_{,}\ \mu')^2 = c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos. m$$

ſoſtituendo pertanto nell' equazione (A) i valori di cos. x, cos. m tratti dalle equazioni (B) , (C), ſi troverà l' equazione

$$(D) \ldots (F\mu)^2 = a^2 + b^2 - \frac{a^2 b^2}{2} - (a^2 + b^2 - c^2)\sqrt{\left(1 - \frac{a^2}{4}\right)\left(1 - \frac{b^2}{4}\right)}$$

E poichè la corda $F\mu$ dee ſottendere l' arco di cerchio maſſimo , cui diremo y , che paſſa pe' punti

$$F, \mu, \text{ed è } F\mu = 2 \text{ sen. } \frac{y}{2}, (F\mu)^2 = 4 \text{ sen.}^2 \frac{y}{2} = 2 - 2 \cos. y,$$

ſarà

$$(E) \ldots\ \cos. y = 1 + \frac{a^2 b^2}{4} + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2} \sqrt{\left(1 - \frac{a^2}{4}\right)\left(1 - \frac{b^2}{4}\right)} - \frac{a^2 + b^2}{2}.$$

Dunque abbiamo rigoroſamente nell' equazione (D) il valore della diſtanza retta che congiugne i due punti F, μ ſul globo, data dalle ſole linee a, b, c della Mappa; e nell' equazione (E) il coſeno dell' arco terreſtre di cerchio maſſimo ſotteſo dalla corda $F\mu$.

M 2 Che

§. IV.

Che dalle linee deſtinate a rappreſentare ſu le Mappe noſtre i gradi di longitudine e di latitudine ſi può ſempre venire in cognizione della grandezza relativa ch'eſſi hanno ſul globo.

Imperciocchè ciaſcun grado di latitudine polare è diſegnato ſul raggio del planisfero noſtro colla differenza tra le corde ſottendenti gli archi meridiani di latitudine proſſima maggiore e proſſima minore. Pertanto con qualunque raggio s' intenda deſcritto un circolo ABC (*Fig. XIV.*), e ſia l'arco AD la latitudine polare proſſima minore, AE la proſſima maggiore differenti tra di loro di un grado. Si conducano le corde AD, AE, e prolungando AD finchè rieſca $AF = AE$, per F ſi conduca indefinitamente dal centro K la KV. Sia poi M il ſegamento diſegnante il grado di latitudine ſulla noſtra Mappa tra le due latitudini eſpreſſe nel circolo CAB dagli archi AD, AE. Preſa la differenza delle linee M, e DF, la quale ſia N, ſi faccia nell' indefinita KV la $KG = DF$, e la $GH = N$, e congiunta GD ſi tiri la HI parallela a GD, e pel punto I, dove la HI incontra la KD prolungata, la LIZ parallela alla AF; dico, che KI ſarà il raggio del cerchio in cui le corde ſottendenti archi ſimili agli archi AD, AE avranno per differenza la data M del planisfero geometrico.

In fatto col centro K ed intervallo KI deſcritto il circolo PIQ, e condotta dal punto P parallela ad AE la corda PQ, ſarà la retta IL la differenza delle corde PI, PQ. Baſta dunque dimoſtrare, che $IL = M$, giacchè gli archi PI, PQ ſono ſimili agli archi AD, AE. Ma appunto eſſendo PL parallela ad AF, ſarà $IL : DF = IK : KD$, e dividendo $IL - DF : DF = IL - KG : KG = ID : KD$. Ed è come $ID : KD = GH : KG = N : KG$; dunque $IL - KG : KG = N : KG$, e però $IL - KG = N = M - KG$, e in conſeguenza $M = IL$. Dunque KP è il raggio della sfera a cui appartiene la Mappa, P il polo, PIQ un meridiano, e PI, PQ ſono le corde effettive delle latitudini polari differenti di un grado delle quali è differenza la propoſta linea M. Poſto ciò ſi conduca dal punto Q la perpendicolare QR al raggio KP, e col centro K ed intervallo $KS = QR$ ſi deſcriva l' arco ST. Gli archi IQ, ST ſono evidentemente le grandezze reſpettivamente de' gradi di latitudine e di longitudine nel parallelo che ſega nel punto Q il meridiano PQ ſul globo, ed ha per raggio la QR. E come la coſtruzione è ſempre la ſteſſa qualunque ſiaſi il ſegamento M ſul planisfero rappreſentante il grado di latitudine, è manifeſto, che i gradi di latitudine ſul planisfero ſono rappreſentati da linee aventi determinata relazione co' gradi effettivi rappreſentati. Siccome poi col centro K e coll' intervallo della PQ deſcritto l' arco ST', è egli il grado effettivo di longitudine Q del parallelo ſpettante al punto nel planisfero, così ſi ſcorge con una ſola e coſtante coſtruzione la relazione di tutto, e per ogni grado della sfera. Per altro quando ſi abbia, come per noi accade eſattamente, la vera eſtenſione delle parti ſuperficiali della Terra nella Mappa, e dalle diſtanze della Mappa ſi rilevino toſto le diſtanze effettive, non è neceſſario, che nelle Mappe conſervino i gradi deſcritti quella grandezza relativa che hanno ſul globo; baſta che a conoſcer queſta conducano geometricamente, come abbiamo veduto.

V.

Che nel Planisfero geometrico l' eſtenſione naturale de' Continenti, de' Mari, de' Regni, delle Provincie ecc. può miſurarſi con geometrica eſattezza, e che le loro differenti gran-

grandezze hanno tra di sè la stessa proporzione su le Mappe, come su la superficie curva della Terra.

Imperciocchè o s' intenda descritta la Mappa emisferica col metodo della Prop. VIII., o qualunque Mappa particolare col metodo della Prop. IX., essendo la costruzione interamente inerente a' principj stabiliti, è manifesto, che la superficie determinata sul piano è geometricamente uguale alla superficie sferica corrispondente. Quale pertanto sarà la proporzione tra due estensioni piane su la Mappa, tale sarà effettivamente la proporzione tra le superficie curve astronomicamente simili sul globo, trattandosi di ragioni respettivamente di perfetta uguaglianza.

VI.

E che finalmente le nostre Mappe sono fornite di Scala geometrica talmente appropriata al Disegno, che col suo mezzo si possono misurare esattamente le parti superficiali, le distanze de' luoghi, e tutte le altre linee, che occorresse di conoscere su la Terra.

Ciò è fatto sì dimostrativamente chiaro da quanto è detto nel *Cap. X.* intorno alle scale da apporsi alle nostre Mappe, che non è necessario l'intertenersi di più nel recare prove più espresse di questa proposizione.

T A V O L A

Delle Corde di 15′ in 15′ in un quadrante di cerchio avente 1000 parti per raggio.

Gradi	Corde	Gradi	Corde	Gradi	Corde
0, 15	4	8, 15	144	16, 15	283
0, 30	9	8, 30	148	16, 30	287
0, 45	13	8, 45	152	16, 45	291
1	17	9	157	17	296
1, 15	22	9, 15	161	17, 15	300
1, 30	26	9, 30	166	17, 30	304
1, 45	31	9, 45	170	17, 45	309
2	35	10	174	18	313
2, 15	39	10, 15	179	18, 15	317
2, 30	44	10, 30	183	18, 30	321
2, 45	48	10, 45	187	18, 45	326
3	52	11	192	19	330
3, 15	57	11, 15	196	19, 15	334
3, 30	61	11, 30	200	19, 30	339
3, 45	65	11, 45	205	19, 45	343
4	70	12	209	20	347
4, 15	74	12, 15	213	20, 15	352
4, 30	78	12, 30	218	20, 30	356
4, 45	83	12, 45	222	20, 45	360
5	87	13	226	21	364
5, 15	91	13, 15	231	21, 15	369
5, 30	96	13, 30	235	21, 30	373
5, 45	100	13, 45	239	21, 45	377
6	105	14	244	22	382
6, 15	109	14, 15	248	22, 15	386
6, 30	113	14, 30	252	22, 30	390
6, 45	118	14, 45	257	22, 45	394
7	122	15	261	23	399
7, 15	126	15, 15	265	23, 15	403
7, 30	131	15, 30	270	23, 30	407
7, 45	135	15, 45	274	23, 45	411
8	139	16	278	24	416

Gradi	Corde	Gradi	Corde	Gradi	Corde
24, 15	420	32, 15	555	40, 15	688
24, 30	424	32, 30	559	40, 30	692
24, 45	429	32, 45	564	40, 45	696
25	433	33	568	41	700
25, 15	437	33, 15	572	41, 15	704
25, 30	441	33, 30	576	41, 30	709
25, 45	446	33, 45	580	41, 45	713
26	450	34	585	42	717
26, 15	454	34, 15	589	42, 15	721
26, 30	458	34, 30	593	42, 30	725
26, 45	463	34, 45	597	42, 45	729
27	467	35	601	43	733
27, 15	471	35, 15	606	43, 15	737
27, 30	475	35, 30	610	43, 30	741
27, 45	480	35, 45	614	43, 45	745
28	484	36	618	44	749
28, 15	488	36, 15	622	44, 15	753
28, 30	492	36, 30	626	44, 30	757
28, 45	497	36, 45	630	44, 45	761
29	501	37	635	45	765
29, 15	505	37, 15	639	45, 15	769
29, 30	509	37, 30	643	45, 30	773
29, 45	513	37, 45	647	45, 45	777
30	518	38	651	46	781
30, 15	522	38, 15	655	46, 15	785
30, 30	526	38, 30	659	46, 30	789
30, 45	530	38, 45	663	46, 45	793
31	534	39	668	47	797
31, 15	539	39, 15	672	47, 15	801
31, 30	543	39, 30	676	47, 30	805
31, 45	547	39, 45	680	47, 45	809
32	551	40	684	48	813

Gradi	Corde	Gradi	Corde	Gradi	Corde
48, 15	817	56, 15	942	64, 15	1064
48, 30	821	56, 30	946	64, 30	1067
48, 45	825	56, 45	950	64, 45	1071
49	829	57	954	65	1075
49, 15	833	57, 15	957	65, 15	1078
49, 30	837	57, 30	961	65, 30	1082
49, 45	841	57, 45	965	65, 45	1086
50	845	58	969	66	1089
50, 15	848	58, 15	973	66, 15	1093
50, 30	853	58, 30	977	66, 30	1097
50, 45	856	58, 45	980	66, 45	1100
51	861	59	984	67	1104
51, 15	864	59, 15	988	67, 15	1107
51, 30	868	59, 30	992	67, 30	1111
51, 45	872	59, 45	995	67, 45	1115
52	876	60	1000	68	1118
52, 15	880	60, 15	1004	68, 15	1122
52, 30	884	60, 30	1007	68, 30	1126
52, 45	888	60, 45	1011	68, 45	1129
53	892	61	1015	69	1133
53, 15	896	61, 15	1019	69, 15	1136
53, 30	900	61, 30	1022	69, 30	1140
53, 45	903	61, 45	1026	69, 45	1144
54	907	62	1030	70	1147
54, 15	911	62, 15	1034	70, 15	1151
54, 30	915	62, 30	1037	70, 30	1154
54, 45	919	62, 45	1041	70, 45	1158
55	923	63	1045	71	1161
55, 15	927	63, 15	1049	71, 15	1165
55, 30	931	63, 30	1052	71, 30	1168
55, 45	935	63, 45	1056	71, 45	1172
56	938	64	1060	72	1176

Gradi	Corde	Gradi	Corde	Gradi	Corde
72, 15	1179	80, 15	1289	88, 15	1392
72, 30	1183	80, 30	1292	88, 30	1396
72, 45	1186	80, 45	1296	88, 45	1399
73	1190	81	1299	89	1402
73, 15	1193	81, 15	1302	89, 15	1405
73, 30	1197	81, 30	1306	89, 30	1408
73, 45	1200	81, 45	1309	89, 45	1411
74	1204	82	1312	90	1414
74, 15	1207	82, 15	1315		
74, 30	1211	82, 30	1319		
74, 45	1214	82, 45	1322		
75	1218	83	1325		
75, 15	1221	83, 15	1329		
75, 30	1224	83, 30	1332		
75, 45	1228	83, 45	1335		
76	1231	84	1338		
76, 15	1235	84, 15	1342		
76, 30	1238	84, 30	1345		
76, 45	1242	84, 45	1348		
77	1245	85	1351		
77, 15	1248	85, 15	1354		
77, 30	1252	85, 30	1358		
77, 45	1255	85, 45	1361		
78	1259	86	1364		
78, 15	1262	86, 15	1367		
78, 30	1265	86, 30	1370		
78, 45	1269	86, 45	1374		
79	1272	87	1377		
79, 15	1276	87, 15	1380		
79, 30	1279	87, 30	1383		
79, 45	1282	87, 45	1386		
80	1286	88	1389		

TAVOLA

Della differenza de' Meridiani in gradi tra l'Offervatorio Reale di Parigi e i principali luoghi della Terra con le loro latitudini equatoriali (*)

NOMI DE' LUOGHI.	LONGIT.	LATITUD.	NOMI DE' LUOGHI.	LONGIT.	LATITUD.
I. *FRANCE. Evêchés & Ports.*					
Abbeville. *Picardie*	0. 30. 17.	50. 7. 4.	Dieppe. *Normandie*	1. 15. 31.	49. 55. 34.
Agde. *Languedoc*	1. 7. 55.	43. 18. 43.	Digne. *Provence*	3. 54. 4.	44. 5. 18.
Agen. *Guienne*	1. 43. 40.	44. 12. 22.	Dijon. *Bourgogne*	2. 41. 50.	47. 19. 25.
Aire. *Gascogne*	2. 35. 51.	43. 41. 52.	Dol. *Bretagne*	4. 5. 18.	48. 33. 8.
Aix. *Provence*	3. 6. 32.	43. 31. 48.	Dunkerque. *Flandre*	0. 2. 23.	51. 2. 11.
Alais. *Languedoc*	1. 44. 10.	44. 7. 22.	Embrun. *Dauphiné*	4. 5. 54.	44. 34. 7.
Albi. *Idem*	0. 11. 42.	43. 55. 36.	Evreux. *Normandie*	1. 11. 6.	49. 1. 30.
Alez. *Idem*	0. 4. 54.	42. 59. 39.	Fécamp. *Idem*	1. 57. 12.	49. 45. 24.
Amiens. *Picardie*	0. 2. 3.	49. 53. 43.	Fréjus. *Provence*	4. 23. 54.	43. 25. 52.
Angers. *Anjou*	2. 53. 15.	47. 28. 9.	Gap. *Dauphiné*	3. 44. 13.	44. 33. 46.
Angoulême. *Angoumois*	2. 10. 49.	45. 39. 2.	Glandéve. *Provence*	4. 28. 10.	43. 56. 43.
Antibes. (au Port) *Provence*	4. 47. 35.	43. 34. 43.	Granville. *Normandie*	3. 56. 12.	48. 50. 16.
Aups. *Idem*	3. 3. 37.	43. 52. 29.	Graffe. *Provence*	4. 35. 9.	43. 39. 19.
Arles. *Idem*	2. 17. 32.	43. 40. 31.	Gravelines. *Flandre franç.*	0. 12. 25.	50. 59. 10.
Arras. *Artois*	0. 26. 10.	50. 17. 34.	Grenoble. *Dauphiné*	3. 23. 34.	45. 11. 42.
Auch. *Gascogne*	1. 45. 4.	43. 38. 39.	Havre-de-grace. *Normandie*	2. 13. 37.	49. 29. 14.
Autun. *Bourgogne*	1. 57. 44.	46. 56. 48.	Honfleur. *Normandie*	2. 6. 1.	49. 25. 13.
Auxerre. *Idem*	1. 14. 6.	47. 47. 57.	La Ciotat. *Provence*	3. 16. 48.	43. 10. 29.
Avignon. *Comtat Vénaiffin*	2. 28. 15.	43. 57. 8.	Langres. *Champagne*	1. 59. 50.	47. 51. 59.
Avranches. *Normandie*	3. 41. 47.	48. 41. 23.	Laon. *Isle-de-France*	1. 17. 12.	49. 33. 54.
Barfleur. *Normandie*	3. 35. 36.	49. 40. 21.	La Rochelle. *Aunis*	3. 29. 2.	46. 9. 33.
Bayeux. *Idem*	3. 2. 11.	49. 16. 34.	Lavaur. *Languedoc*	0. 30. 57.	43. 40. 52.
Bayonne. *Gascogne*	3. 48. 41.	43. 29. 15.	Le Croific. *Bretagne*	4. 50. 30.	47. 17. 43.
Bazas. *Idem*	2. 32. 47.	44. 25. 55.	Lectoure. *Gascogne*	1. 42. 49.	43. 55. 54.
Beauvais. *Isle-de-France*	0. 15. 15.	49. 26. 7.	Le Mans. *Maine*	2. 8. 11.	48. 0. 35.
Belley. *Bourgogne*	3. 21. 4.	45. 45. 29.	Le Puy-en-Vélay	1. 33. 3.	45. 2. 51.
Befançon. *Franche-comté*	3. 42. 30.	47. 13. 45.	Lefcar. *Bearn*	2. 46. 7.	43. 19. 52.
Béziers. *Languedoc*	0. 52. 24.	43. 20. 23.	Limoges. *Limofin*	1. 4. 38.	45. 49. 52.
Blois. *Orléanois*	0. 59. 59.	47. 35. 20.	Lizieux. *Normandie*	2. 6. 28.	49. 8. 50.
Bordeaux. *Guyenne*	2. 54. 14.	44. 50. 14.	Lodève. *Languedoc*	0. 58. 48.	43. 43. 47.
Boulogne. *Picardie*	0. 43. 16.	50. 43. 37.	Lombez. *Gafcogne*	1. 25. 36.	43. 28. 21.
Bourges. *Berry*	0. 3. 45.	47. 4. 59.	Luçon. *Poitou*	3. 29. 50.	46. 27. 15.
Breft. *Bretagne*	6. 49. 19.	48. 22. 42.	Lyon. *Lyonnois*	2. 29. 9.	45. 45. 52.
Brouage. *Saintonge*	3. 24. 0	45. 52. 3.	Mâcon. *Bourgogne*	2. 29. 53.	46. 18. 27.
Caen. *Normandie*	2. 41. 53.	49. 11. 12.	Marfeille. *A l'Obfervatoire*	3. 1. 43.	43. 17. 43.
Cahors. *Gafcogne*	0. 53. 38.	44. 26. 49.	Meaux. *Brie*	0. 32. 30.	48. 57. 40.
Calais. *Picardie*	0. 28. 59.	50. 57. 32.	Mende. *Languedoc*	1. 9. 19.	44. 30. 42.
Cambray. *Pays bas françois*	0. 53. 32.	50. 10. 37.	Metz. *Lorraine*	3. 50. 13.	49. 7. 10.
Carcaffone. *Languedoc*	0. 0. 49.	43. 12. 45.	Mirepoix. *Languedoc*	0. 27. 49.	43. 5. 7.
Carpentras. *Comtat Vénaiffin*	2. 42. 28.	44. 3. 28.	Montauban. *Quercy*	0. 59. 5.	44. 0. 55.
Caftres. *Languedoc*	0. 5. 44.	43. 36. 11.	Montpellier. *Languedoc*	1. 32. 25	43. 36. 29.
Cavaillon. *Comtat Vénaiffin*	2. 41. 55.	43. 50. 6.	Nancy. *Lorraine*	3. 50. 1[illegible].	48. 41. 55
Châlons-fur-Marne. *Champ.*	2. 1. 46.	48. 57. 16.	Nantes. *Bretagne*	3. 52. 55.	47. 13. 6.
Châlon-fur-Saône. *Bourg*	2. 30. 53.	46. 46. 53.	Narbonne. *Languedoc*	0. 39. 59.	43. 10. 58.
Chartres. *Orléanois*	0. 50. 55.	48. 26. 54.	Nevers. *Nivernois*	0. 49. 16.	46. 59. 17.
Cherbourg. *Normandie*	3. 57. 19.	49. 38. 31.	Nîmes. *Languedoc*	1. 58. 39.	43. 50. 17.
Clermont. *Auvergne*	0. 45. 2.	45. 46. 44.	Noyon. *Isle-de-France*	0. 40. 3[illegible].	49. 34. 42.
Collioure. *Rouffillon*	0. 45. 2.	42. 31. 31.	Oléron. *Béarn*	2. 56. 3[illegible].	43. 11. 1.
Condom. *Gafcogne*	1. 57. 53.	43. 57. 49.	Olone (Sables d') *Poitou*	4. 7. [illegible].	46. 29. 52.
Coûtances. *Normandie*	3. 46. 38.	49. 2. 54.	Orange. *Comtat vénaiffin*	2. 28. 8.	44. 8. 10.
Dax. *Gafcogne*	3. 23. 18.	43. 42. 19.	Orleans. *Orléanois*	0. 25. 33.	47. 54. 10.
Die. *Dauphiné*	3. 2. 18.	44. 45. 31.	Paimbeuf. *Bretagne*	4. 21. 46.	47. 17. 15.

(*) *La lettera* A *denota una latitudine o una longitudine determinata con offervazioni aftronomiche. La lettera* B *denota una pofizione calcolata dipendentemente da operazioni trigonometriche. La lettera* C *denota una latitudine offervata ful mare.*

Suite de la FRANCE.

NOMI DE' LUOGHI.	LONGIT.	LATITUD.
Pamiers. *Foix*	0. 43. 39.	43. 6. 44.
Paris. A' *l' Observatoire*	0. 0. 0.	48.A 50. 14.
Périgueux. *Périgord*	1. 36. 41.	45. 11. 8.
Perpignan. *Roussillon*	0. 33. 35.	42. 41. 53.
Poitiers. *Poitou*	1. 59. 32.	46. 35. 0.
Port Louis. *Bretagne*	5. 41. 14.	47. 42. 47.
Quimper. *Bretagne*	6. 26. 0.	47. 58. 29.
Rennes. *Idem*	4. 1. 2.	48. 6. 50
Reims. *Champagne*	1. 41. 48.	49. 15. 16.
Riez. *Provence*	3. 45. 6.	43. 48. 57.
Rieux. *Languedoc*	1. 8. 0.	43. 15. 23.
Rochefort. *Aunis*	3. 17. 49.	45. 56. 10.
Rhodez. *Rovergue*	0. 14. 17.	44. 20. 59.
Rouen. *Normandie*	1. 14. 16.	49. 26. 27.
Royan. *Saintonge*	3. 21. 32.	45. 37. 28.
S. Bertrand. *Cominge*	1. 45. 56.	43. 1. 27.
S. Brieux. *Bretagne*	5. 4. 10.	48. 31. 2.
S. Claude. *Franche-comté*	3. 31. 50.	46. 23. 18.
S. Diez. *Lorraine*	4. 36. 39.	48. 17. 27.
S. Fleur. *Auvergne*	0. 45. 24.	45. 1. 53.
S. Lizier. *Conserans*	1. 11. 55.	43. 0. 3.
S. Malo. *Bretagne*	4. 21. 26.	48. 39. 3.
S. Martin de Rhé	3. 42. 7.	46. 12. 18.
S. Michel. (M.) *Bretagne*	3. 50. 39.	48. 38. 14.
S. Omer. *Artois*	0. 5. 3.	50. 44. 52.
S. Papoul. *Languedoc*	0. 18. 10.	43. 19. 43.
S. Paul. 3 Chat. *Dauphiné*	2. 25. 39.	44. 21. 3.
S. Pol-de-Léon. *Bretagne*	6. 18. 37.	48. 41. 24.
S. Pons. *Languedoc*	0. 25. 19.	43. 29. 13.
S. Tropez. *Provence*	4. 18. 29.	43. 16. 27.
S. Valery-sur-Somme. *Pic.*	0. 42. 24.	50. 11. 21.
Saintes. *Saintonge*	2. 58. 17.	45. 44. 42.
Sarlat. *Périgord*	1. 7. 11.	44. 53. 20.
Séez. *Normandie*	2. 9. 16.	43. 36. 23.
Senez. *Provence*	4. 4. 5.	43. 54. 40.
Senlis. *Isle-de-France*	0. 14. 58.	49. 12. 28.
Sens. *Champagne*	0. 57. 21.	48. 11. 55.
Sisteron. *Provence*	3. 36. 18.	44. 11. 51.
Soissons. *Isle-de-France*	0. 59. 16.	49. 22. 52.
Strasbourg. *Alsace*	5. 24. 36.	48. 34. 56.
Tarbes. *Gascogne*	2. 16. 1.	43. 13. 52.
Toul. *Lorraine*	3. 33. 1.	48. 40. 30.
Toulon. *Provence*	3. 35. 26.	43. 7. 16.
Toulouse. *Languedoc*	0. 53. 39.	43. 35. 46.
Tours. *Touraine*	1. 38. 37.	47. 23. 46.
Tréguier. *Bretagne*	5. 33. 49.	48. 46. 54.
Troyes. *Champagne*	1. 44. 36.	48. 18. 5.
Tulles. *Limosin*	0. 33. 58.	45. 16. 3.
Vabres. *Guyenne*	0. 30. 16.	43. 56. 27.
Vaison. *Provence*	2. 43. 54.	44. 14. 28.
Valence. *Dauphiné*	2. 33. 10.	44. 55. 59.
Vannes. *Bretagne*	5. 5. 19.	47. 39. 26.
Vence. *Provence*	4. 46. 29.	43. 43. 13.
Verdun. *Lorraine*	3. 2. 41.	49. 9. 24.
Versailles. *Isle-de-France*	0. 12. 53.	48. 48. 21.
Vienne. *Dauphiné*	2. 32. 26.	45. 31. 55.
Viviers. *Languedoc*	2. 20. 55.	44. 28. 57.
Uzez. *Idem*	2. 5. 2.	44. 0. 45.
ÎLES		
D' Aix	3. 30. 56.	46. 1. 38.
Belle-île	5. 25. 0.	47. 17. 17.
De Grouais	5. 46. 23.	47. 38. 4.
De Noirmoutier	4. 34. 22.	47. 0. 5.
Saint-Marcou	3. 28. 56.	49. 29. 52.
D' Yeu	4. 39. 50.	46. 42. 26.
FANAUX		
De Barfleur	3. 36. 30.	49. 41. 45.
De Cette-Pilier	1. 20. 50.	43. 24. 8.
De Cordouan	3. 30. 10.	45. 35. 14.
De Frehel	4. 38. 51.	48. 41. 10.
D'Oléron. T. de Chas.	3. 44. 27.	46. 2. 51.
D'Oueſſant	7. 23. 21	48. 28. 8.
De Rhé	3. 53. 40.	46. 14. 49.
De S. Mathieu.	7. 5. 54.	48. 19. 34.

FORTS ET TOURS

De Bouc	2. 38. 34.	43. 23. 31.
De Brescou	1. 9. 53.	43. 15. 38.
De la Conchée	4. 22. 40.	48. 41. 4.
D' Hedic	5. 11. 31.	47. 20. 46.
Du Pilier	4. 41. 20.	47. 2. 32.
De Planier	2. 53. 33.	43. 11. 49.
De Saint-Geneſt	2. 19. 0.	43. 22. 10.

II. ÎLES BRITANNIQUES

Aberdéen. *Ecosse*	4. 40. 30.	57. 5. 0.
Bath. *Angleterre*	4. 10. 30.	51.A 22. 30.
Beachworth. *Idem*	2. 33. 54.	51.A 14. 35.
Bembridge. *île de Wight*	3. 23. 45.	50. 40. 15.
Bévesiers (Cap) *Angl*	2. 3. 0.	50.B 46. 30.
Cambridge. *Idem*	2. 14. 45.	52.A 12. 36.
Cavan. *Irlande*	9. 44. 30.	54.A 51. 41.
Cers. (îles) *La Manche*	4. 44. 45.	49.C 23. 32.
Corke. *Irlande*	10. 48. 15.	51.A 53. 54.
Cowes. *île de Wight*	3. 38. 45.	50. 46. 20.
Douvres. *Angleterre*	1. 1. 4.	51.C 7. 47.
Drake. (île) *Idem*	6. 32. 30.	50.A 21. 28.
Dublin. *Irlande*	8. 25. 30.	53.A 21. 11.
Dundée. *Ecosse*	5. 22. 30.	56.A 25. 0.
Dungeness. *Angleterre*	1. 20. 0.	50. 52. 20.
Dunnose. *Idem*	3. 35. 20.	50. 33. 30.
Edimbourg. (Col. d') *Ecosse*	5. 30. 30.	55.A 57. 57.
Eſt-Déréham. *Anglet*	1. 24. 15.	52. 40. 0.
Exéter. *Idem*	5. 53. 30.	50. 44. 0.

Suite des ÎLES BRITANNIQUES.

NOMI DE' LUOGHI.	LONGIT.	LATITUD.
Fairhill. *Orcades*	4. 14. 0.	59.C 28. 0.
Falmouth. *Angleterre*	7. 21. 30.	50. 8. 0.
Frampton-house. *Idem*	5. 48. 30.	51.A 25. 1.
Glascow. *Ecosse*	6. 36. 0.	55.A 51. 32.
Greenwich. *Angleterre*	2. 19. 0.	51.A 28. 40.
Haſtings. *Idem*	1. 37. 50.	50. 52. 10.
Hawkill - *Ecosse*	5. 28. 45.	55.A 57. 37.
Jersey. (île) à S. Aubin	4. 30. 59.	49.B 12. 59.
Kirk-Newton-*Ecosse*	5. 44. 15.	55.A 54. 30.
Léeds. *Angleterre*	3. 53. 15.	53. 48. 0.
Leiceſter. *Idem*	3. 27. 45.	52.A 38. 0.
Lezkeard. *Idem*	7. 0. 45.	50. 26. 55.
Liverpool. *Idem*	5. 15. 30.	53. 27. 0.
Lézard. (Cap) *Idem*	7. 32. 0.	49.A 57. 30.
Londres. (Saint-Paul)	2. 24. 37.	51.A 31. 0.
Oxford. (Observatoire)	3. 34. 30.	51.A 45. 38.
Petwoorth. *Idem*	2. 54. 24.	50.A 54. 12.
Plymouth. *Idem*	6. 34. 38.	50.A 22. 24.
Portsmouth. *Idem*	3. 25. 15.	50.A 47. 5.
Ramhead. *Idem*	6. 39. 15.	50. 18. 40.
Ronaldsha. (Cap) *Orcades*	5. 5. 30.	59.C 20. 0.
S. Agnès (feux de) *Sorl.*	9. 5. 0.	49.C 56. 0.
S. Marie. (île) *Idem*	9. 2. 0.	49. 57. 30.
Shirburn. (Château) *Idem*	3. 17. 30.	51.A 39. 25.
Stalbridge. *Angleterre*	4. 42. 30.	50. 57. 0.
Start-Point. *Idem*	6. 10. 15.	50. 9. 0.
Strumness. (îles) *Orcades*	5. 50. 20.	58.C 56. 0.
Unſt (île) *Shetland*	3. 6. 0.	60.C 44. 0.
Wakefield. *Angleterre*	3. 52. 30.	53.A 41. 0.
Wanſtead. *Idem*	2. 16. 30.	51.A 34. 10.
Worceſter. *Idem*	4. 19. 15.	52. 9. 30.
York. *Idem*	3. 25. 22.	53.A 57. 45.

III. ALLEMAGNE, PAYS-BAS ET SUISSE

Aerschoot. *Pais-bas autr.*	2. 29. 31.	50.B 59. 15.
Alcmaer. *Prov. unies*	2. 18. 0.	52.A 38. 34.
Aloſt. *Pays-bas autrichiens*	1. 41. 58.	50.B 56. 18.
Amſterdam-*Hollande*	2. 31. 30.	52.A 21. 56.
Anvers. *Pays-bas*	2. 3. 42.	51.B 13. 18.
Ath. *Idem*	1. 26. 17.	50.B 42. 17.
Berg-op-Zoom. *Prov. unies*	1. 56. 57.	51.B 29. 46.
Berlin. *Brandebourg*	11. 2. 0.	52.A 31. 30.
Borchloen. *Ev. de Liége*	3. 0. 18.	50.B 48. 17.
Brandebourg	10. 33. 0.	52.A 27. 0.
Breda. *Provinces-unies*	2. 26. 9.	51.B 35. 29.
Breslaw. *Silésie*	14. 45. 15.	51.A 6. 30.
Bruges. *Pays-bas*	0. 53. 13.	51.B 12. 20.
Bruxelles. *Pays-bas*	2. 1. 15.	50.B 50. 59.
Caſſel. *Hesse*	7. 15. 3.	51.A 19. 20.
Cologne. *Bas-rhin*	4. 35. 0.	50.A 55. 21.
Courtray. *Pays-bas*	0. 55. 51.	50.B 49. 43.
Cresmunſter. *Autriche*	11. 48. 30.	48.A 3. 36.
Dillingen. *Souabe*	8. 9. 12.	48.B 34. 22.
Dresde. *Haute-saxe*	11. 21. 39.	51.A 2. 54.
Dixmude. *Pays-bas*	0. 31. 39.	51.B 2. 5.
Enkuysen. *Prov. unies*	2. 50. 0.	52.A 42. 22.
Fleſſingue. *Zélande*	1. 14. 9.	51.B 26. 37.
Francfort-sur le-Mein	6. 15. 45.	50.A 7. 40.
Francfort-sur-l'Oder	12. 25. 0.	52.A 22. 8.
Furnes. *Pays-bas*	0. 19. 36.	51.B 4. 23.
Gand. *Idem*	1. 23. 20.	51.B 3. 15.
Gelnhausen. *Haut-rhin*	6. 53. 38.	50.A 13. 25.
Genève. *Suisse*	3. 48. 30.	46.B 12. 17.
Goes. *Zélande*	1. 33. 5.	51.B 30. 18.
Gotha. *Haute-saxe*	8. 25. 0.	50.A 57. 46.
Gottingen. *Saxe*	7. 33. 0.	51.A 31. 54.
Gratz. *Stirie*	13. 5. 45.	47.A 4. 18.
Gripswald. *Poméranie*	11. 4. 30.	54.A 4. 35.
Hambourg. *Basse-saxe*	7. 46. 0.	53.A 34. 8.
Hanovre. *Idem*	7. 24. 15.	52.A 22. 18.
Harlem. *Hollande*	2. 17. 0.	52.A 22. 14.
Ingolſtadt. *Bavière*	9. 6. 0.	48.A 45. 50.
Kiel. *Basse-saxe*	8. 0. 15.	54.A 22. 25.
La Haye. *Hollande*	1. 56. 2.	52.A 4. 12.
Lauzane. *Suisse*	4. 25. 15.	46.A 31. 5.
L'Ecluse. *Flandre holland*	1. 2. 54.	51.B 18. 35.
Leipsick. *Haute-saxe*	10. 2. 30.	51.A 19. 14.
Leyde. *Hollande*	2. 8. 0.	52.A 8. 40.
Liege. *Weſtphalie*	3. 11. 27.	50.B 39. 22.
Louvain. *Pays-bas autr.*	2. 21. 32.	50.B 53. 26.
Luxembourg. *Pais-bas autr.*	3. 49. 26.	49.B 37. 38.
Maeſtrickt	3. 20. 46.	50.B 51. 7.
Malines. *Pays-bas autr.*	2. 8. 23.	51.B 1. 50.
Manheim. *Bas-Rhin*	6. 7. 3.	49.B 28. 59.
Midelbourg. *Zélande*	1. 16. 35.	51.B 30. 6.
Munich. *Bavière*	9. 14. 0.	48.B 7. 37.
Namur. *Pays-bas autrich*	2. 30. 52.	50.B 28. 3.
Nieuport. *Idem*	0. 24. 53.	51.B 7. 41.
Nuremberg. *Franconie*	8. 44. 0.	49.A 26. 55.
Osnabruck. *Weſtphalie*	5. 27. 30.	52.A 16. 14.
Oſtende. *Pays-bas autr.*	0. 34. 53.	51.B 13. 57.
Philippine. *Flandre holland.*	1. 25. 12.	51.B 16. 55.
Philippeville. *Pay-bas*	2. 12. 19.	50.B 11. 19.
Philipsbourg. *Souabe*	6. 6. 34.	49.B 14. 1.
Pollingen. *Bavière*	8. 47. 17.	47.B 48. 17.
Prague. *Bohéme*	12. 14. 30.	50.A 5. 47.
Ratisbonne. *Bavière*	9. 46. 25.	49.B 0. 0.
Roterdam. *Hollande*	2. 9. 0.	51.A 55. 58.
Sagan. *Siléſie*	13. 2. 15.	51.A 42. 22.
Schwezingen. *Bas-rhin*	6. 14. 4.	49.A 23. 4.
Stade. *Basse-saxe*	7. 3. 15.	53.A 36. 5.
Tongres. *Weſtphalie*	3. 7. 23.	50.B 47. 7.
Tournay. *Pays-bas autr.*	1. 3. 2.	50.B 36. 20.

Suite de l' ALLEMAGNE &c.

NOMI DE' LUOGHI.	LONGIT.	LATITUD.
Tréves. *Bas-rhin*	4. 18. 5.	49.B 46. 37.
Tubingen. *Souabe*	6. 42. 29.	48.B 31. 4.
Vienne. *Autriche*	14. 1. 30.	48.A 12. 36.
Ulm. *Souabe*	7. 38. 51.	48.B 23. 45.
Wittemberg. *Haute-saxe*	10. 24. 30.	51. 53. 0.
Wurtzbourg. *Franconie*	7. 36. 15.	49.A 46. 6.
Ypres. *Pays-bas autr.*	0. 32. 49.	50.B 51. 10.

IV. Danemarck, Suède, Norwège & Laponie

NOMI DE' LUOGHI.	LONGIT.	LATITUD.
Abo. *Finlande*	19. 53. 0.	60.A 27. 7.
Altengaard. *Laponie*	20. 44. 0.	69.A 55. 0.
Cajanebourg. *Bothnie*	25. 25. 15.	64.A 13. 30.
Calmar. *Suède*	14. 6. 0.	56.A 40. 30.
Carlscroon. *Idem*	13. 16. 0.	56.A 6. 57.
Cap-nord. (île Majerôe)	23. 30. 0.	71.A 10. 0.
Christiania. *Norwège*	8. 32. 0.	59.A 55. 20.
Copenhague. *Danemarck*	10. 15. 30.	55.A 41. 4.
Drontheim. *Norwège*	8. 2. 0.	63.A 26. 2.
Gothebourg. *Suède*	9. 37. 30.	57.A 42. 0.
Hammersost. *Norwège*	21. 23. 15.	70.A 38. 22.
Helseneur. *Danemarck*	10. 17. 47.	56.B 2. 17.
Helsingborg. *Suède*	10. 22. 41.	56.B 2. 55.
Helsingsfors. *Finlande*	22. 40. 0.	60. 5. 0.
Hernosand. *Suède*	15. 33. 0.	62.A 38. 0.
Kongswinger. *Idem*	9. 37. 45.	60.A 12. 11.
Landscroon. *Idem*	10. 30. 46.	55.B 52. 31.
Lunden. (tours) *Idem*	10. 52. 27.	55.B 42. 26.
Malmôe. *Idem*	10. 41. 4.	55.B 36. 37.
Sandsôe. *Laponie*	14. 37. 0.	68.A 56. 15.
Stockolm. *Suède*	15. 44. 15.	59.A 20. 31.
Tornea. *Bothnie*	21. 52. 0.	65.A 50. 50.
Upsal. *Suède*	15. 18. 30.	59.A 51. 50.
Uranibourg. *Danemarck*	10. 22. 44.	55.B 54. 38.
Wardhuus. *Laponie dan.*	28. 46. 45.	70.A 22. 36.

V. Russie d'Europe, Pologne & Prusse

NOMI DE' LUOGHI.	LONGIT.	LATITUD.
Archangel. *Russie*	36. 39. 15.	64.A 33. 36.
Arensbourg. (île d'Esel)	20. 14. 30.	58.A 15. 9.
Charkow. *Russie*	33. 55. 0.	49.A 59. 20.
Dager-Ort. (île d'Esel)	19. 49. 0.	58.A 56. 1.
Dantzik. *Pologne*	16. 18. 0.	54.A 22. 14.
Druja. *Russie*	24. 53. 30.	55.A 47. 29.
Gluchow. *Idem*	32. 0. 0.	51.A 40. 30.
Jaroslawl. *Idem*	37. 50. 0.	57.A 37. 30.
Jenikola. *Crimée*	34. 6. 30.	45.A 21. 0.
Kalouga. *Russie*	33. 45. 0.	54.A 30. 0.
Kamyschin. *Idem*	43. 4. 0.	50.A 5. 6.
Kasan. *Idem*	47. 9. 30.	55.A 43. 58.
Kerson. *Idem*	30. 36. 15.	46.A 38. 29.
Kiow. *Idem*	28. 7. 30.	50.A 27. 0.
Kola. *Laponie*	30. 40. 30.	68.A 52. 30.
Kosloff *ou* Eupatorie. *Crim.*	31. 5. 0.	45.A 14. 0.
Kursk. *Russie*	34. 7. 30.	51.A 43. 30.
Krementzouk. *Idem*	31. 8. 45.	49.A 3. 28.
Lubni. *Idem*	30. 43. 30.	50.A 0. 37.
Mitaw. *Courlande*	21. 15. 0.	56.A 39. 10.
Mohilew. *Pologne russ.*	28. 4. 30.	53.A 54. 0.
Neschin. *Russie*	26. 29. 30.	51.A 2. 45.
Orel. *Idem*	33. 37. 0.	52.A 56. 40.
Pétersbourg. *Idem*	27. 59. 0.	59.A 56. 23.
Pétrosawodsk. *Idem*	32. 3. 30.	61.A 47. 4.
Ponoi. *Laponie*	38. 49. 0.	67.A 4. 30.
Revel. *Russie*	22. 25. 30.	59.A 26. 29.
Riga *Idem*	21. 42. 15.	56.A 56. 32.
S. Elizabeth. (forter.)	30. 7. 30.	48.A 30. 17.
Samara. *Russie*	33. 0. 0.	48.A 29. 35.
Saratow. *Idem*	43. 40. 0.	51.A 31. 28.
Sevastopole. *Crimée*	31. 15. 0.	44.A 41. 30.
Sparog-Skaja. *Russie*	32. 2. 30.	47.A 31. 35.
Sysran. *Sibérie*	46. 4. 45.	53.A 9. 53.
Taganrock (forteresse)	36. 18. 45.	47.A 12. 40.
Tambow. *Russie*	39. 25. 0.	52.A 43. 44.
Tzerkask. *Idem*	37. 30. 0.	47.A 13. 34.
Varsovie. *Pologne*	18. 40. 30.	52.A 14. 28.
Vilna. *Pologne*	23. 7. 30.	54.A 42. 2.
Umba. *Laponie*	31. 52. 45.	66.A 44. 30.
Woronesch. *Russie*	37. 0. 45.	51.A 40. 30.
Zarizin. *Idem*	42. 7. 30.	48.A 42. 20.

VI. Hongrie & Turquie d'Europe

NOMI DE' LUOGHI.	LONGIT.	LATITUD.
Agria. *Hongrie*	18. 1. 30.	47.A 53. 54.
Akerman. *Bessarabie*	28. 23. 45.	46.A 12. 0.
Bender. *Idem*	27. 16. 0.	46.A 50. 32.
Bude. *Hongrie*	16. 38. 45.	47.A 29. 44.
Bukorest. *Walachie*	23. 48. 0.	44.A 26. 45.
Candie. (à la ville)	22. 58. 0.	35.A 18. 45.
Canée. (île). *Candie*	21. 52. 30.	35.A 18. 45.
Constantinople. (à Péra)	26. 37. 45.	41.A 1. 10.
Dardanelles. (ch. d'Asie)	24. 4. 41.	40.A 9. 5.
Foktschany. *Moldavie*	24. 42. 30.	45.A 38. 50.
Jassy. *Idem*	25. 10. 0.	47.A 8. 30.
Ismail. *Bessarabie*	26. 30. 0.	45.A 21. 0.
Mylo. île (au Bourg)	22. 40. 0.	36.A 41. 3.
Salonique. *Turquie*	20. 48. 0.	40.A 41. 10.
Tyrnaw. *Hongrie*	15. 15. 30.	48.A 23. 30.

VII. ITALIE

NOMI DE' LUOGHI.	LONGIT.	LATITUD.
Albano. *Etat de l'Eglise*	10. 18. 0.	41.A 43. 50.
Ancone. *Idem*	11. 8. 52.	43.B 37. 54.
Assise. *Idem*	10. 15. 13.	43.B 4. 22.
Bologne. *Idem*	9. 1. 15.	44.A 29. 36.

Suite de l'ITALIE.

NOMI DE' LUOGHI.	LONGIT.	LATITUD.
Cervia. *Idem*	9. 59. 28.	44.B 15. 31.
Civita-Vecchia. *Idem*	9. 24. 30.	42.B 5. 24.
Comacchio. *Idem*	9. 49. 47.	44.B 40. 27.
Cornero. *Etat de l'Eglise*	9. 23. 0.	42.B 15. 23.
Crémone. *Milanez*	7. 46. 22.	45.A 7. 49.
Fano. *Etat de l'Eglise*	10. 39. 38.	43.B 51. 0.
Fermo. *Idem*	11. 21. 26.	43.B 10. 18.
Ferrare. *Idem*	9. 16. 10.	44.B 49. 56.
Florence. *Toscane*	8. 43. 30.	43.A 46. 30.
Gênes	6. 36. 0.	44.A 25. 0.
Livourne. *Toscane*	8. 6. 0.	43.A 33. 2.
Loreto. *Etat de l'Eglise*	11. 14. 50.	43.B 27. 0.
Malte. île (à la ville)	12. 8. 30.	35.A 53. 47.
Milan. (Observatoire)	6. 51. 45.	45.A 27. 57.
Montalto. *Etat de l'Eglise*	11. 15. 14.	42.B 59. 44.
Naples	11. 57. 30.	40.A 50. 15.
Nice. *Piémont*	4. 56. 11.	43.B 41. 46.
Osimo. *Etat de l'Eglise*	11. 7. 8.	43.B 29. 36.
Ostia. *Idem*	9. 56. 20.	41.B 45. 35.
Padoue. (Observatoire)	9. 30. 0.	45.A 23. 40.
Parme	8. 6. 30.	44.A 44. 50.
Pavie. *Milanez*	6. 51. 30.	45.A 10. 59.
Pesaro. *Etat de l'Eglise*	10. 33. 21.	43.B 55. 1.
Pise. *Toscane*	8. 3. 0.	43.A 43. 7.
Porto. *Etat de l'Eglise*	9. 54. 10.	41.B 46. 44.
Ravenne. *Idem*	9. 50. 36.	44.B 25. 5.
Recanati. *Idem*	11. 11. 8.	43.B 25. 44.
Rimini. *Idem*	10. 12. 36.	44.A 3. 43.
Ripatransone. *Idem*	11. 24. 30.	43.B 0. 24.
Rome. (à Saint-Pierre)	10. 7. 30.	41.A 53. 54.
Sienne. *Toscane*	8. 50. 0.	43.A 22. 0.
Sinigaglia. *Etat de l'Eglise*	10. 51. 30.	43.B 43. 16.
Terracina. *Idem*	10. 53. 7.	41.B 18. 14.
Turin. (Piazza Castello)	5. 20. 0.	45.A 4. 14.
Urbino. *Etat de l'Eglise*	10. 16. 50.	43.B 43. 36.
Venise. (à Saint-Marc)	10. 0. 0.	45.A 27. 2.
Vérone. *Etat de Vénise*	8. 58. 30.	45.A 26. 26.
Villefranche. (au Fanal)	4. 59. 15.	43.B 40. 20.

VIII. Espagne & Portugal

NOMI DE' LUOGHI.	LONGIT.	LATITUD.
Aveiro. *Portugal*	11. 10. 0.	40.A 38. 20.
Barcelone. *Espagne*	0. 7. 0.	41.A 26. 0.
Cadiz. (à l'Observatoire)	8. 36. 15.	36.A 32. 0.
Carthagène. *Espagne*	3. 21. 30.	37.A 36. 7.
Coimbre *Portugal*	10. 44. 0.	40.A 14. 0.
Finisterre. (Cap) *Espagne*	11. 38. 30.	42.A 51. 52.
Fontarabie. *Idem*	4. 7. 29.	43.B 21. 36.
Gibraltar. *Idem*	7. 34. 15.	36.A 4. 44.
Lisbonne. (à l'Observatoire)	11. 28. 45.	38.A 42. 20.
Madrid. (grande Place)	5. 51. 0.	40.A 25. 18.
Ortégal. (Cap) *Espagne*	9. 59. 0.	43.A 46. 37.
Porto. *Portugal*	10. 42. 0.	41.A 10. 0.
Saint-Vincent. (Cap)	11. 20. 15.	37.C 2. 0.
Vigo. *Portugal*	10. 53. 45.	42.A 13. 20.

IX. Afrique & îles adjacentes

NOMI DE' LUOGHI.	LONGIT.	LATITUD.
Alexandrie. *Egypte*	27. 50. 22.	31.A 11. 28.S.
Alger. *Barbarie*	0. 7. 15.	36.A 49. 30.S.
Annobon. (île) *Pointe N.*	3. 25. 0.	1.C 25. 0.M
Antongil. (Baie) *Madag.*	48. 3. 15.	15.A 27. 23.M
Caire (le) *Egypte*	29. 10. 0.	30.A 3. 12.S.
Cap-Barbas. *Barbarie*	19. 0. 0.	22.C 15. 30.S.
Cap-Blanc. *Idem*	19. 30. 0.	20.C 55. 30.S.
Cap-Bojador. *Idem*	16. 47. 0.	26.C 12. 30.S.
Cap-de-bon-Esper. (Ville)	16. 3. 45.	33.A 55. 15.M
Cap-Géer. *Barbarie*	12. 12. 0.	30.C 38. 0.S.
Cap-Vert. (les Mamell.)	19. 50. 45.	14. 43. 45.S.
Fernando-Po. (île)	6. 20. 0.	3.C 28. 0.S.
Foulpointe. *Madagascar*	47. 33. 0.	17.A 40. 14.M
Gorée. (île de)	19. 45. 0.	14.A 40. 10.S.
Pointe de Bréberie. *Sén.*	18. 51. 30.	15.C 53. 0.S.
Port-Louis. *île de France*	55. 8. 15.	20.A 9. 45.M
Prince. (île du) *au Port*	5. 20. 0.	1.C 37. 0.S.
Rodrigue. (île)	60. 51. 30.	19.A 40. 40.M
S. Augustin. (Baie)	40. 49. 0.	23.A 35. 29.M
S. Denis. *île de Bourbon*	53. 10. 0.	20.A 51. 43.M
S. Thomé (île) *à la rade*	4. 28. 0.	0.A 20. 0.S.
Salé *ou* Rabath. *Barbarie*	9. 3. 0.	34.A 5. 0.S.
Tripoli de Barbarie	11. 1. 7.	32.A 53. 40.S.

X. îles de l'Océan Atlantique

	NOMI DE' LUOGHI.	LONGIT.	LATITUD.
Islande	Beffested	24. 14. 0.	64.A 6. 0.S.
	Hola	21. 4. 0.	65.A 44. 0.
	Lambhuus	24. 7. 45.	64.A 6. 17.
	Patrixfiord	26. 29. 53.	65.A 35. 45.
Açores	Angra. (au mouill.)	29. 32. 42.	38.C 39. 7.
	Flores. (Pointe N.)	33. 26. 34.	39.C 34. 0.
	La Horta. (île Fayal)	30. 57. 56.	38.A 31. 53.
	Le Pic. (île du Pic)	30. 48. 41.	38. 35. 0.
	S. Marie (à la ville)	27. 29. 10.	36.C 56. 40.
	Madère. (à Funchal)	19. 16. 0.	32.A 37. 40.
Canaries	île de fer. (Pointe O.)	20. 30. 0.	27. 45. 0.
	Idem au Bourg	. . . . . .	27.A 47. 20.
	î. Fortavanture (p. o.)	16. 51. 30.	28.C 4. 0.
	î. Gomère. (Port)	19. 28. 0.	28.A 5. 40.
	î. Lancerote. (P. E.)	15. 46. 0.	29.C 14. 0.
	î. Téneriffe. (au Pic)	19. 0. 0.	28.B 17. 0.
	Idem. (Mole S. C.)	18. 35. 0.	28.A 28. 30.
	Idem. (l'Orotava, Port)	18. 55. 0	28.C 25. 0.
	î. de Palme (Tassac.)	20. 18. 0.	28.C 38. 0.

NOMI DE' LUOGHI.	LONGIT.	LATITUD.

Suite de l'Océan ATLANTIQUE.

C. V. { î. de Mai. (Pointe S.)	25. 30. 0.	15.C 6. 0.S.
î. S. Yago (la Praya)	25. 51. 30.	14.A 53. 40.S.
île de Fernando-Nor . . .	34. 57. 0.	3.C 56. 20.M
île de l'Ascension	16. 19. 0.	7.A 57. 0.M
île de S. Helene	8. 8. 0.	15.A 55. 0.M
île Géorgie { Baie Sandwich . . .	38. 31. 0.	54. 42. 0.M
Cap Buller	39. 59. 0.	53. 58. 30.M
Cap du Disappoint .	38. 34. 0.	54. 58. 0.
Cap George	38. 51. 30.	54. 17. 0.
Cap Nord	40. 34. 0.	54. 4. 45.
Cap de la R. Charl.	38. 30. 30.	54. 32. 0.
Cap Saunder	39. 16. 30.	54. 6. 30.
île de Clerke, *milieu*	37. 1. 0.	55. 5. 30.
î. Cooper	38. 23. 20.	54. 57. 0.
î. Pickersgill	39. 17. 0.	54. 42. 30.
î. Willis	40. 48. 40.	54. 0. 0.
T. Sandwich { Cap Bristol	29. 10. 0.	59. 2. 30.
Cap Montagu	29. 5. 0.	58. 33. 0.
île Chandeleur. *milieu*	29. 32. 0.	57. 10. 0.
île Saunder	29. 17. 0.	58. 0. 0.
P.c Friessand	29. 14. 30.	59. 2. 0.
Thulé. *australe*	30. 4. 0.	59. 34. 0.

Toutes ces positions de l'île Géorgie & de la Terre de Sandwich sont déterminées par des observations faites à bord.

XI. Asie & îles qui en dependent

Alep. *Syrie*	34. 50. 0.	36.A 11. 25.S.
Alexandrette. *Idem*	33. 55. 0.	36.A 35. 27.S.
Astrakan. *Tartarie*	45. 42. 30.	46.A 21. 12.S.
Awatscha. (Baie) à l'ent. .	156. 27. 30.	52.A 51. 45.S.
Bagdad. *Mesopotamie* . . .	42. 4. 30.	33.A 21. 46.S.
Barnaoul. *Sibérie*.	81. 6. 45.	53.A 20. 0.S.
Batavia. *île de Java* . .	104. 33. 46.	6.A 12. 0.M
Béering. (île)	165. 27. 0.	55.C 36. 0.S.
Bencoolen. *Sumatra* . . .	99. 50. 30.	3.A 49. 16.M
Bolscheretz. *Kamtschat* . .	154. 30. 0.	52.A 54. 30.S.
Bombay. *Indes*	70. 19. 0.	18.A 56. 40.S.
Calcutta (Fortwilliam) . .	86. 10. 30.	22.A 34. 45.S.
Canton. *Chine*	110. 42. 30.	23.A 8. 9.S.
Cap Nord-est d'Asie . . .	178. 29. 30.	68.C 56. 0.S.
Chandernagor. *Bengale* . .	86. 9. 15.	22.A 51. 26.S.
Cochin. *Indes*	73. 43. 0.	9.A 58. 0.S.
Comorin. (Cap) *Idem* . .	75. 12. 0.	7.C 56. 0.S.
Cracatoa (île) dét. Sond. .	103. 17. 0.	6.C 6. 0.M
Cummin. (île) *Chine* . . .	119. 20. 45.	31.A 40. 0.S.
Diarbekir. *Diarbek*	37. 0. 0.	37.A 54. 0.S.
Ecaterinbourg. *Sibérie* . .	58. 30. 0.	56.A 50. 15.S.
Gamjam. *Indes*	82. 58. 0	19.A 22. 30.S.
Gavareea. (cap) *Kamtch.* .	156. 17. 0.	51.C 20. 30.S.
Goa. *Indes*	71. 25. 0.	15.A 31. 0.S.
Gomron. *Perse*	58. 12. 0.	27.A 7. 0.S.
Gurief. *Tartarie*	49. 36. 0.	47.A 7. 7.S.
Hoai-gnam. *Chine*	116. 29. 30.	33.A 34. 40.S.
Jakutsk. *Sibérie*	127. 22. 15.	62.A 1. 50.S.
Jakutskoi Noss. C. E. d'A.	172. 3. 0.	66.C 5. 30.S.
Jeniseisk. *Sibérie*	89. 38. 30.	58. 27. 17.S.
Jérusalem. *Syrie*	33. 0. 0.	31.A 46. 34.S.
Issamabad. *Bengale*	89. 26. 0.	22.A 20. 0.S.
Ispaham. *Perse*	50. 30. 0.	32.A 36. 35 S.
Irkutsk. *Sibérie*	102. 13. 30.	52.A 18. 15.S.
Kamtschatkoi-Noss. *Idem* .	160. 59. 30.	56.C 1. 0.S.
Kiam-Cheu. *Chine*	109. 9. 15.	35.A 37. 0.S.
Kiringskoi Ost. *Sibérie* . .	105. 42. 45.	57.A 47. 0.S.
Kronotskoi-Noss. *Kamtch.* .	159. 54. 30.	54.C 43. 0.S.
Ladrone (grande)	111. 37. 0.	22.C 2. 0.S.
Loheïa. *Arabie*	39. 48. 30.	15.A 42. 8.S.
Lopatka. Cap S. *Kamtc.* .	154. 23. 30.	51.C 0. 15.S.
Lucipara (île) *Dét. Bank* .	103. 58. 30.	3.C 10. 45.M
Macao. *Chine*	111. 15. 0.	22.A 12. 44.S.
Macclesfield. *Mer Chine* .	111. 59. 0.	15.C 51. 0.S.
Madras (fort S. Georg) .	78. 9. 45.	13.A 4. 54.S.
Malaca. *Indes*	99. 45. 0.	2.A 12. 0.S.
Manille. *Philippines* . . .	118. 32. 0.	14.A 36. 8.S.
Merguy. *Siam*	95. 58. 0.	2.A 12. 0.S.
Moka. *Arabie*	40. 50. 0.	13.A 16. 0.S.
Monopin. M. de Banka .	103. 3. 30.	2.C 3. 0.M
Mozdok *Tartarie*	41. 25. 0.	43.A 43. 40.S.
Nangasaki. *Japon*	126. 15. 0.	32. 32. 0.S.
Nankin. *Chine*	116. 27. 0	32.A 4. 40.S.
Ningpo *ou* Liampo. *Idem* .	117. 58. 0.	29.A 57. 45.S.
Ochotsk. *Sibérie*	140. 53. 30.	59.A 20. 10.S.
Orenbourg. *Idem*	52. 44. 30.	51.A 46. 5.S.
Orsks. *Idem*	56. 10. 45.	51.A 12. 30.S.
Pékin. (à l'Obs. impér.) .	114. 7. 30.	39.A 54. 13.S.
Pétropaulowsk. *Kamtc.* . .	156. 28. 15.	53.A 1. 20.S.
Pondichéry. *Coromandel*. .	77. 31. 30.	11.A 55. 41.S.
Praters (les) { Ext. N. E.	114. 38. 30.	20.C 57. 30.S.
Praters (les) { Ext. S. O.	114. 21. 0.	20.C 42. 0.S.
Prince (île du) *Dét. Sond.*	102. 56. 0.	6.C 36. 15.S.
Pulo-Aor. *Indes*	102. 21. 0.	2.C 42. 0.S.
Pulo-Condor. *Idem*	104. 12. 37.	8.A 40. 0.S.
Pulo-Sapatte. *Idem*	106. 54. 0.	10.C 4. 30.S.
Selinginsk. *Sibérie*	104. 18. 30.	51.A 6. 6.S.
Siam. *Indes*	98. 30. 0.	14.A 20. 40.S.
Si-ngham-fu. *Chine*	106. 36. 45.	34.A 16. 45.S.
Skerdzkamen. *Sibérie* . . .	174. 13. 30.	67.C 3. 0.S.
Smeinagorsk. *Idem*	79. 49. 30.	51.A 9. 27.S.
Smyrne. *Natolie*	24. 59. 45.	38.A 28. 7.S.
Sooloo. I. à Tulyau. *Indes*	118. 56. 30.	5. 57. 0.S.
Surate. *Idem*	70. 0. 0.	21.A 10. 0.S.

NOMI DE' LUOGHI.	LONGIT.	LATITUD.

Suite de l'Asie & des îles &c.

S. Thadæus-Noss. *Sibérie* .	176. 46. 0.	62.C 50. 0.S.
Timor. (île) *Cap S. O.* .	121. 39. 0.	10.C 23. 0.M
Tobolsk. *Sibérie*	66. 5. 0.	58.A 12. 30.S.
Tomsk. *Idem*	82. 39. 30.	56.A 30. 0.S.
Typa. *Chine*	111. 24. 45.	22.A 9. 20.S.
Tchukotskoi-Noss. *Sibérie* .	175. 50. 0.	64.C 14. 30.S.
Ufa. *Idem*	53. 33. 30.	54.A 42. 45.S.
Uralsk. *Tartarie*	49. 15. 15.	51.A 11. 0.S.
Ust-Kamenorsk. *Sibérie* . .	80. 20. 0.	49.A 56. 45.S.
West-Einde. P.O. de Jav.	102. 46. 0.	6.C 48. 0.M
Xam-hay. *Chine*	119. 11. 45.	31.A 16. 0.S.

XII. îles de la Mer des Indes

I. Mahé *ou* Seichelles . .	53. 15. 0.	4.A 38. 0.M
î. Kerguelen { Cap Bligh. roc pl. N.	66. 19. 45.	48.C 29. 30.
C. Digby	68. 13. 0.	49.C 23. 30.
C. George, p. pl. S.	67. 53. 0.	49.C 54. 30.
H. de Noël *ou* b.l'ois.	66. 43. 0	48.C 41. 15.
Port Palliser	67. 16. 0.	49.C 3. 15.
îles du. P. Edovard { N.	35. 43. 30.	46.C 39. 30.
îles du. P. Edovard { S.	35. 28. 0.	46.C 52. 30.

XIII. Amérique Septentrionale, & îles adjacentes

Boston. *Etats-unis*	73. 19. 0.	42.A 22. 11.S.
Bristol rivière. *Côte n. o.* .	160. 26. 30.	58.C 27. 0.
Cambridge. *Etats-unis* . . .	73. 24. 0.	42.A 23. 28.
Canseau. (Port) *Acadie* . .	63. 15. 0.	45.A 20. 7.
Cap Anguille. *Terre-n.* . .	61. 42. 20.	. . . .
Cap Bauld. *Idem*	57. 47. 50.	51.C 39. 45.
Cap Blanc. *Côte n. o.* . .	126. 26. 30.	43.C 12. 0.
Cap Charles. *B. d'Hudson*	76. 34. 0.	62.C 46. 30.
Cap Cross. *Côte n. o.* . .	139. 3. 30.	57.C 58. 30.
Cap Darby. *Idem*	165. 19. 0.	64.C 21. 0.
Cap Diggs. *B. d'Hudson* .	81. 9. 0.	62.C 41. 0.
Cap Edgecombe. *C. n. o.*	138. 14. 30.	57.C 4. 30.
Cap Elizabeth. *Idem* . . .	154. 31. 0.	59.C 11. 0.
Cap Farewell. *Groneil* . .	45. 1. 0.	59.C 38. 0.
Cap Flatterie. *Côte n. o.* .	127. 17. 30.	48.C 15. 0.
Cap Foulweather. *Idem* .	126. 29. 0.	44.C 53. 0.
Cap Glacé. *Idem*	164. 1. 30.	70.C 29. 0.
Cap Grégoire. *Idem* . . .	126. 28. 0.	43.C 29. 0.
Cap Greville. *Idem* . . .	154. 56. 30.	57.C 31. 0.
Cap Hinchinbrook. *Idem* .	149. 14. 0.	60.C 16. 0.
Cap Henry. *Etats-unis* . .	78. 51. 30.	36.C 57. 0.
Cap Hinlopen. *Idem* . . .	77. 32. 30.	38.C 46. 0.
Cap Lisburne. *Côte n. o.* .	167. 41. 30.	69.C 5. 0.
Cap Newnham. *Idem* . .	164. 38. 30.	58.C 41. 30.
Cap Pembrocke. *B. d'Hud.*	84. 19. 0.	62.C 57. 0.
Cap Perpétue. *Côte n. o.*	126. 33. 0.	44.C 4. 30.
Cap du Prince du Galles .	170. 36. 30.	65.C 45. 30.S.
Cap Raze. *Terre-neuve* .	55. 23. 30.	46.A 40. 0.
Cap la Resol. *B. d'Hud.* .	67. 29. 0.	61.C 29. 0.
Cap S. George *Terre-n.* .	61. 40. 33.	48.C 30. 5.
Cap de Sable. *Acadie* . .	67. 50. 0.	43.A 23. 45.
Cap Spéar. *Terre-neuve* .	54. 57. 50.	47.C 31. 22.
Cap Stephens. *Côte n. o.* .	164. 36. 0.	63.C 33. 30.
Cap Walsingham. *B.d'Hud*	80. 7. 0.	62.C 39. 0.
Croc. (Havre) *Terre-n.* .	58 10. 0.	51.A 3. 17.
Dét. de Fronsac. *î. Royal*	63. 40. 0.	45.A 36. 58.
F. du P. de Galles. *B.d'Hud*	96. 26. 30.	58.A 47. 32.
Gaspée. (Baye) *Canada* . .	66. 46. 30.	48.A 47. 30.
Halifax. *Acadie*	65. 55. 0.	44.A 44. 0.
île Anderson. *Côte n. o.* .	174. 50. 0.	60.C 17. 0.
île Anticosti (bon sec.) . .	65. 57. 15.	49.A 26. 0.
î. Burgeo. *Terre-neuve* . .	59. 56. 15.	47.A 35. 30.
î. Button. *Dét. d'Hud* . .	67. 39.	. . . . . .
î. de Clerke. *Côte n. o.* .	171. 59. 0.	61.C 15. 0.
î. aux Coudres. *Fl. S. L.*	72. 43. 34.	47.A 23. 1.
î. Foggy. *Côte n. o.* . . .	159. 38. 30.	56.C 12. 0.
î. Kay. *Idem* pointe s. o.	145. 27. 30.	59.C 48. 0.
î. Longue. *B. de Penobs* .	71. 4. 0.	44.A 17. 7.
î. Magdeleine. (1 entr.) .	63. 45. 0.	47.A 17. 0.
î. Mansfelt. (P. n.) *B.d'Hud*	82. 52. 0.	62.C 38. 30.
î. Oonalaschka. *Côte n. o.*	168. 46. 0.	53.A 54. 45.
î. Oonema. *Idem*	169. 50. 0.	54.C 30. 30.
î. Ronde. *Idem*	162. 12. 30.	58.C 56. 30.
î. Saddleback. *D. d'Hud* .	70. 32. 0.	62.C 7. 0.
î. S. Hermogène. *C. n. o.*	154. 32. 0.	58.C 15. 0.
î. S. Jean. (F. Hamerst.) .	65. 16. 15.	46.A 11. 0.
î. S. Pierre. *Terre-neuve*	58. 30. 0.	46.A 46. 30.
î. Salisbury. *B. d'Hud.* . .	79. 6. 0.	63.C 29. 0.
î. Sauvage. *Idem*.	73. 7. 30.	62.C 32. 30.
î. Sledge *ou* Train. *C. n. o.*	168. 27. 0.	64.C 30. 0.
î. de la Trinité. *Idem*. .	157. 12. 0.	56.C 35. 0.
Ingornachoix. *Terre-n.* . .	59. 35. 30.	50.A 37. 17.
Louisbourg. *île Royale* . .	62. 15. 0.	46.A 53. 40.
Mexico. *Mexique*	102. 25. 45.	19.A 25. 50.
Musketo-cove. *Groenl.* . .	55. 15. 45.	64.C 55. 13.
New-York. *Etats-unis* . .	76. 31. 0.	40.A 40. 0.
Nootka. *Côte n. o.*	129. 1. 30.	49.A 36. 6.
Norriton. *Etats-unis* . . .	77. 53. 45.	40.A 9. 56.
Norton-Sund. *Côte n. o.* .	165. 6. 30.	64.C 30. 30.
Nouv. Orleans. *Louisiane* .	92. 18. 45.	29.A 57. 45.
Philadelphie. *Etats-unis* . .	77. 36. 0.	39.A 56. 55.
Pointe Boisée. *Côte n. o.*	130. 15. 0.	50.C 0. 30.
Pointe Mulgrave. *Idem* .	167. 30. 0.	67.C 45. 30.
Pointe Riche. *Terre-n.* .	59. 43. 0.	50.C 40. 10.
P. Rompue. *C. n. o. d'Am.*	129. 0. 30.	49.C 15. 30.
Pointe-Shole. *Idem*	164. 38. 0.	59.C 37. 15.
Portsmouth. *Etats-unis* . .	73. 2. 15.	43.A 4. 15.
Providence. (la) *Idem* . .	73. 40. 0.	41.A 50. 40.

NOMI DE' LUOGHI.	LONGIT.	LATITUD.
Suite de l'Amérique Septentrionale &c.		
Quebec. *Canada*	73. 30. 0.	46.A 47. 30.S.
Sandy Hook. (Fanal de)	76. 33. 15.	40.C 25. 0,
Savannah. (Fanal de)	83. 16. 0.	32.C 0. 45.
S. Elie (Montag) *C. n. o.*	143. 19. 0.	60.C 24. 30.
S. Jean. (Fort) *Terre-n.*	55. 0. 0.	47.A 33. 45.
S. Joseph. *Californie*	112. 2. 30.	23.A 3. 42.
S. Lunaire. (baie) *Terre-n.*	57. 50. 0.	51.A 28. 57.
Vera Cruz. *Méxique*	98. 20. 0.	19.A 9. 38.

XIV. Indes occidentales ou Archipel de l'Amérique

NOMI DE' LUOGHI.	LONGIT.	LATITUD.
î. De Cube.		
Matance. (Port)	83. 56. 15.	......
Matance. (Pain)	83. 56. 30.	......
Caye Romaine P. s. e.	79. 59. 45.	22.C 1. 30.S.
Cap Maisy	76. 43. 0.	20.C 18. 0.
Cap Bueno	76. 44. 30.	20.C 15. 0.
île S. Domingue.		
A. à Couchou. P. E.	74. 55. 35.	19.C 50. 48.
B. d'Aquin. (diam.)	75. 48. 0.	18.C 13. 45.
Cap François (ville)	74. 38. 0.	19.A 46. 30.
Cap Cabron	71. 38. 40.	19.C 21. 52.
Cap Dame-Marie	76. 55. 52.	18.A 37. 20.
Cap Samana	71. 33. 30.	19.C 15. 40.
Cap Tiburon	76. 54. 12.	18.C 19. 25.
La Gonave. (P. n. e.)	75. 16. 27.	18.C 48. 35.
Pointe à Gravois	76. 22. 15.	18.C 0. 55.
Pointe Jéremie	76. 33. 48.	18.C 40. 20.
Port à l'Ecu. (P. e.)	75. 30. 55.	19.C 55. 8.
Port à Piment	75. 23. 58.	19.C 35. 0.
Port Paix. (P. Car.)	75. 12. 15.	19.C 56. 0.
Port au Prince	74. 47. 33.	18.A 33. 42.
Tapion des Chard.	76. 35. 10.	18.C 16. 10.
Tap. du pet. Goave.	75. 14. 35.	18.C 26. 50.
la Tortue, île (P. e.)	75. 2. 35.	20.C 0. 55.
Idem. (P. oueſt)	75. 21. 36.	20.C 5. 20.
V. Fort. S. Louis	75. 59. 20.	18.A 14. 27.
Débouq. de S. Domingue.		
Caye d'Arg. (P. n.. e.)	71. 53. 0.	20.C 31. 0.
Idem. (P. du s.)	71. 57. 45.	20.C 13. 35.
Idem. (Pointe n. o.)	72. 24. 30.	20.C 30. 0.
Les Cayques. î. de S.	74. 32. 20.	21.C 18. 45.
P. Inague. (P. n.)	75. 25. 45.	21.C 33. 15.
Krooked. (P. n. o.)	76. 46. 5.	22.C 48. 50.
Mogane. (P. n.)	75. 16. 38.	22.C 24. 30.
Mouc. quarré (n. o.)	73. 18. 0.	21.C 0. 0.
Idem. *Acore du S. o.*	73. 22. 20.	20.C 53. 0.
Idem. *Briſans du n. e.*	72. 56. 55.	21.C 4. 5.
î. Turques (Sandk.)	73. 35. 22.	21.C 11. 0.
Watelin. (P. o.)	77. 2. 32.	23.C 56. 0.
Porto-Ricco. Pointe n. e.	68. 11. 25.	18.C 29. 0.
Idem. P. de l'Aiguade	69. 38. 0.	18.C 31. 30.
Antigue. (F. Hamilton)	64. 18. 0.	17.C 4. 30.
Barbade. (Bridgetown)	62. 0. 15.	13.A 5. 0.
Dominique. (Bourg)	63. 55. 30.	15.C 18. 23.5.
Grenade. (For troyal).	64. 11. 15.	12.C 2. 54.
Guadeloupe. (Baſſe-t.)	64. 8. 15.	15.C 59. 30.
Jamaïque. (Port royal)	79. 4. 30.	18. 0. 0.
Idem. (Pointe Morant)	78. 35. 44.	17.C 58. 0.
Martinique. (Fort royal)	63. 29. 0.	14.A 35. 55.
Monſerrat. Pointe n. e.	64. 36. 40.	16.C 48. 0.
Navaze	77. 39. 5.	18.C 20. 0.
S. Chriſtophe. (Baſſe-t.)	65. 12. 30.	17.C 19. 30.
S. Croix. (au Port)	67. 9. 26.	17.A 45. 26.
S. Euſtache. (à la vil le)	65. 22. 0.	17.C 29. 0.
S. Jean. (Cap orient.)	67. 24. 0.	18.A 17. 0.
S. Thomas. (au Fort)	67. 11. 30.	18.A 16. 40.
Tabago. (Pointe de Sable)	63. 9. 0.	......
Virgin-Gorda. (Cap or.)	66. 45. 39.	18.A 31. 7.
Zachée	69. 53. 10	18.C 24. 30.

XV. Amérique méridionale & îles adjacentes

NOMI DE' LUOGHI.	LONGIT.	LATITUD.
Arica. *Pérou*	72. 45. 0.	18.A 26. 40.M
Baie du ſuccès. *T. de F.*	67. 44. 0.	54. 49. 45.M
Buenos-aires. *Paraguay*	60. 51. 15.	34.A 35. 26.M
Cap Blanc. *T. Magell*	67. 1. 0	47.C 20. 0.M
Cap Diſſeada. *T. de Feu*	76. 37. 0.	53.C 4. 15.M
Cap de Horn. *Idem*	69. 45. 0.	55.C 58. 30.M
Cap Noir. *Idem*	75. 22. 15.	54.C 32. 30.M
Cap S. Diego. *Idem*	67. 33. 0.	54.C 33. 0.M
Cap S. Jean. *î. des Et.*	66. 6. 0.	54.C 47. 10.M
Cap du Succès. *T. de Feu*	67. 46. 0.	55.C 1. 0.M
Cap des Vierges. *T. Mag.*	70. 13. 0.	52.C 23. 0.M
Cartagène. *Terre ferme*	78. 2. 54.	10.A 25. 19.S.
Cayenne. *Guyanne*	54. 35. 0.	4.A 56. 15.S.
Conception. (la) *Chili*	75. 0. 0.	36.A 42. 53.M
Coquimbo. *Idem*	73. 35. 0.	29.A 54. 40.M
Guayaquil. *Pérou*	83. 30. 30.	2.A 11. 21.M
îles Barnevelt. *Milieu*	69. 17. 0.	55.C 49. 0.M
î. Evouts	69. 18. 0.	55.C 34. 30.M
îles S. Ildefonſe	71. 47. 0.	55.C 51. 0.M
Lima. *Pérou*	79. 9. 30.	12.A 1. 15.M
Olinde. *Bréſil*	37. 25. 30.	8. 13. 0.M
Panama. *Terre ferme*	82. 41. 0.	8.A 58. 50.S.
Para. *Riv. des Amazones*	51. 0. 0.	1.A 28. 0.M
Porto-Belo. *Terre ferme*	82. 10. 20.	9.A 33. 5.S.
Port de Noël *T. de Feu*	72. 21. 50.	55.A 21. 57.M
Hav. du N. An. *î. des Et.*	66. 30. 0.	54.C 48. 55.M
Port S. Julien. *T. Magell*	71. 3. 0.	49.C 10. 0.M
Quito. *Pérou*	80. 15. 0.	0.A 13. 17.M
Rio Janeiro. *Bréſil*	45. 5. 0.	22.A 54. 10.M
S. Marthe. *Terre ferme*	76. 24. 30.	11.A 19. 53.S.
Valparaiſo. *Chili*	74. 33. 45.	33.A 0. 30.M.
Ylo. *Pérou*	73. 33. 0.	17.A 36. [illegible].M

XVI. Nouvelle Hollande & Nouvelle Guinée.

NOMI DE' LUOGHI.	LONGIT.	LATITUD.
Baie de l'Aventure. *T. D.*	145. 13. 30.	43. 21. 20.M
Baie de Botanique. *N. G.*	149. 4. 0.	34. 0. 0.
Bouche l'Endeavour. *Idem*	142. 52. 53.	15.A 26. 0.
Cap Biron. *Idem*	151. 11. 0.	28. 37. 30.
Cap Gloceſter	145. 52. 0.	19. 59. 0.
Cap Grafton. *Idem*	143. 35. 0.	16. 57. 0.
Cap S. George. *N. Irlande*	150. 49. 45.	4. 53. 30.
Cap Sandy. *N. Galles*	150. 50. 0.	24. 45. 0.
Cap Sud. *T. de Diemen*	144. 39. 0.	43. 42. 30.
Cap du S. O. *Idem*	143. 46. 30.	43. 37. 30.
Gabey. *Nouvelle Guinée*	124. 4. 45.	0. 6. 0.
î. Poſſeſſion. *D. de l'End.*	139. 5. 0.	10. 42. 0.
î. Mew-Stone *N. Galles*	144. 8. 0.	43. 48. 0.
Pointe Hicks. *Idem*	146. 34. 0.	38. 0. 0.
Pointe de Taſman. *T. D.*	145. 11. 30.	43. 33. 30.
Port Praslin. *N. Irlande*	150. 46. 30.	4.A 49. 27.
Port Stephens. *N. Galles*	149. 50. 0.	32. 40. 0.

XVII. îles de l'Océan pacifique ou Mer du Sud

NOMI DE' LUOGHI.	LONGIT.	LATITUD.
î. Baſhées. (*Grafton*)	118. 41. 0.	21. 4. 0.S.
î. de Soufre. *celle du mil.*	139. 1. 0.	24. 48. 0.S.
Idem. *celle du Nord*	138. 55. 0.	25. 14. 0.S.
Idem. *celle du Sud*	139. 5. 0.	24. 22. 30.S.
Tiniam. *îles Mariannes*	143. 31. 0.	14. 58. 0.S.
île de Sandwich.		
Atowi. *Rade d'Oim.*	161. 58. 30.	21. 57. 0.S.
Morotai. *Pointe oueſt*	159. 36. 0.	21. 10. 0.S.
Morokinnée	158. 48. 30.	20. 39. 0.S.
Mowée. *Pointe eſt*	158. 14. 0.	20. 50. 30.S.
Idem. *Pointe oueſt*	158. 57. 30.	20. 53. 30.S.
Idem. *Pointe ſud*	158. 32. 30.	20. 34. 30.S.
Oneheow. *Mouill.*	162. 32. 30.	21. 49. 30.S.
Oreehowa	162. 25. 30.	22. 3. 0.S.
Owyhee. *Pointe nord*	158. 18. 0.	20. 17. 0.S.
Idem. *Pointe ſud*	158. 7. 0.	18. 54. 30.S.
Idem. *Pointe eſt*	157. 11. 0.	19. 33. 0.S.
Idem. *B. Keragegooa*	158. 21. 15.	19.A 28. 0.S.
Rannai. *Pointe ſud.*	159. 14. 30.	20. 46. 30.S.
Tahoora	162. 43. 30.	21. 42. 30.S.
Tahowrooa	158. 55. 30.	20. 38. 0.S.
Wooakoo. *Mouill.*	160. 20. 30.	21. 40. 30.S.
île de Noël	159. 54. 0.	1. 57. 45.S.
î. M. de Mend.		
Hood	141. 11. 0.	9. 26. 0.M
La Magdeleine	141. 8. 0.	10. 25. 30.M
Ohevahoa. *la Dom.*	141. 20. 40.	9. 40. 40.M
Ohitahoo. *B. Rés.*	141. 27. 40.	9.A 55. 30.M
Onateayo. (S.P.)	141. 10. 0.	9. 58. 0.M
î. Juan Fernandez	79. 41. 0.	33. 45. 0.M
î. Maſafuero	82. 41. 0.	33. 45. 30.M
î. de Pâques	112. 10. 30.	27.A 8. 30 M
î. Pitcairn	135. 40. 0.	25. 22. 0.M
îles de la Société ou Archipel d'O-Tahity		
Isle de l'Arc Pointe eſt	143. 31. 0.	18. 23. 0.M
Isle Atokootaia	160. 42. 0.	19. 50. 0.
Isle de l'Aventure	146. 36. 45.	17. 6. 20.
Isle Bolabola	154. 10. 50.	16. 32. 30.
Isle de la Chaîne	147. 49. 0.	17. 25. 0.
Isle Cumberland	142. 53. 0	19. 18. 0.
Isle du Diſappoint.	143. 25. 0.	14. 10. 0.
Isle Emeeo	152. 13. 0.	17. 30. 0.
Isle de Furneaux	145. 25. 40.	17. 11. 0.
îles des 2 Groupes	145. 6. 0.	18. 3. 0.
Isle Gloceſter	142. 25. 0.	19. 11. 0.
Isle Herwey	161. 7. 0.	19. 17. 0.
Isle de Howe	156. 25. 40.	16. 46. 30.
Isle Huaheine. *B. Owb*	153. 29. 0.	16.A 42. 45.
Isle Lagoon	141. 47. 0.	18. 47. 0.
Isle Miatea *ou* Oſnab.	150. 25. 0.	17. 52. 20.
Isle Mangea	160. 22. 0.	21. 56. 45.
Isle Maurua	154. 51. 40.	16. 25. 40.
Isle Ohéteroa	153. 6. 0.	22. 27. 0.
Isle de l'Oiſeau	145. 54. 0.	17. 48. 0.
Isle Oſnabrug	143. 53. 0.	22. 0. 0.
Isle O-Tahity. *P. Vén.*	151. 54. 45.	17.A 29. 17.
Idem, *à Oaitipeba*	151. 33. 20.	17. 45. 45.
Isle Palliſer	148. 49. 15.	15. 38. 15.
Isle Palmerſton	165. 31. 0.	18. 1. 30.
Isle de la Pentec. *mil.*	140. 12. 0.	19. 26. 0.
Isle du P. de Galles	150. 25. 0.	15. 0. 0.
Isle du P. Guill. Henri	143. 25. 0.	19. 0. 0.
Isle de la R. Charlotte	140. 22. 0.	19. 18. 0.
Isle de la Réſolution	144. 4. 0.	17. 23. 15.
Isle Scilly	157. 51. 0.	16. 28. 0.
Isle Tiookéa *ou* George	147. 28. 30.	14. 30. 30.
Isle Toobovai	151. 39. 15.	23. 25. 0.
Isle Ulietea. *B. d'Oham*	153. 56. 0.	16.A 45. 35.
Isle Wateoo.	160. 33. 30.	20. 1. 30.
îles Des Amis, & î. Voiſines		
Amſterdam. *Tongat*	177. 27. 30.	21.A 8. 25.
Isle Boskaven & Kepp.	177. 54. 0.	15. 53. 0.
Isle du Danger. *Mil.*	169. 24. 0.	10. 51. 0.
Isle du Duc d'York	175. 44. 0.	8. 41. 0.
Isle l'Eſpérance perdue	179. 23. 0.	14. 18. 0.
Isle Hapée. *Extr. nord.*	176. 46. 0.	19. 41. 0.
Isle Mattafoa	177. 28. 0.	19. 44. 30.
Isle Middelbourg	177. 15. 30.	21. 20. 30.
Isle des Navigateurs.	172. 6. 0.	14. 0. 0.
Isle des Pylstaarts	178. 20. 30.	22. 23. 0.
Isle Roterdam. *Anamo*	177. 11. 0.	20.A 15. 0.
Isle Sauvage	172. 12. 30.	19. 2. 15.
Isle Telleſageo	177. 10. 15.	20. 31. 15.
Isle de la Tortue	179. 21. 30.	19. 48. 45.
Isle de Wallis	179. 41. 0.	13. 18. 0.

Suite des îles de l'Océan pacifique ou Mer du Sud.

	NOMI DE' LUOGHI.	LONGIT.	LATITUD.
	Isle de la Reine Charlotte	161. 46. 0.	11. 0. 0.M
	Isle de Carteret	156. 47. 0.	8. 33. 0.
	Isle de Gower	156. 44. 6.	7. 56. 0.

Nota. La Longitude d'Amſterdam ayant été determinée par un très-grand nombre d'obſervations dans le troiſieme voyage du Capitaine Cook, on y a aſſujetti toutes celles des îles des Amis & des îles Voiſines.

	NOMI DE' LUOGHI.	LONGIT.	LATITUD.
Nouvelles Hébrides ou Nouvelles Cyclades & Terre du S.Eſprit	Isle Ambryn. *Milieu*	165. 53. 30.	16. 9. 30.M
	Isle Apée. *Milieu* .	166. 8. 30	16. 46. 15.
	Isle Aurore. *Milieu* .	165. 58. 0.	15. 8. 0.
	Isle Enatum	167. 45. 0.	20. 10. 0.
	Isle Erramanga. *Mil.*	166. 59. 30.	18. 46. 30.
	Idem. *Cap des Trait.*	167. 1. 30.	18. 43. 30.
	Isle *ou* Pic de l'Etoile	165. 50. 0.	14. 29. 0.
	Isle d'Hinchinbrook *m.*	166. 19. 0.	17. 25. 0.
	Isle Immer	167. 27. 0.	19. 16. 0.
	Isle Irraname	168. 2. 0.	19. 31. 0.
	Isle des Lepreux ..	165. 39. 15.	15. 23. 30.
	Isle Mallicolo. *Mil.*	165. 20. 15.	16. 15. 30.
	Idem. *P. Sandwich.*	165. 34. 0.	16.A 25. 20.
	Idem. *C. Sandwich.*	165. 40. 0.	16. 28. 0.
	Isle Maskelyne. *Mil.*	165. 40. 15.	16. 32. 0.
	Isle Montagu	166. 12. 30.	17. 26. 0.
	Isle du Monument .	[illegible]	17. 14. 15.
	Isle Paoom	166. 9. 45.	16. 30. 0.
	Isle de la Pentecôte	166. 1. 15.	15. 44. 20.
	Isle S. Barthelemy .	164. 58. 30.	15. 42. 0.
	Isle Sandwich. *Mil.*	166. 14. 0.	17. 41. 0.
	Isle Shepherd. *Milieu*	166. 23. 0.	16. 58. 0.
	Isle de la Table ..	164. 48. 0.	15. 38. 0.
	Isle Tanna. *P. de la R.*	167. 22. 5.	19.A 32. 25.
	T. S.-Eſprit *C. Cum.*	164. 28. 0.	14. 39. 30.
	Idem. *C. Lisburne* .	164. 38. 0.	15. 40. 45.
	Idem. *C. Quiros* ..	165. 1. 0.	14. 56. 8.

	NOMI DE' LUOGHI.	LONGIT.	LATITUD.
Nouv. Calédonie.	Cap Colenet	162. 37. 0.	20. 30. 0.M
	Cap du Couronn. ..	164. 49. 0.	22. 5. 0.
	Cap de la R. Charl.	164. 53. 45.	22. 15. 0.
	Isle Balabea	162. 3. 0.	20. 7. 0.
	Isle Botanique	164. 57. 45.	22. 26. 40.
	Isle des Pins	165. 19. 0.	22. 38. 0.
	Pudyoua. *H. de Bal.*	162. 22. 14.	20.A 18. 0.
	Isle Norfolk	165. 51. 0.	29. 1. 45.
Nouvelle Zéelande.	Anſe du Vaiſſeau. *C. de la R. Chalotte.*	171. 54. 32.	41.A 5. 58.
	Baye de Tolaga ..	176. 14. 45.	38. 21. 30.
	Cap eſt	176. 11. 0.	37. 42. 30.
	Cap Farewell	170. 22. 30.	40. 37. 0.
	Cap Nord	170. 16. 0.	34. 22. 0.
	Cap Palliſer	172. 59. 0.	41. 38. 0.
	Cap Turnagain ...	174. 37. 0.	40. 28. 0.
	Cap Sud	164. 49. 0.	47. 19. 0.
	Havre de Pickersgill. *Baie Duſky*	163. 59. 0.	45.A 47. 27.

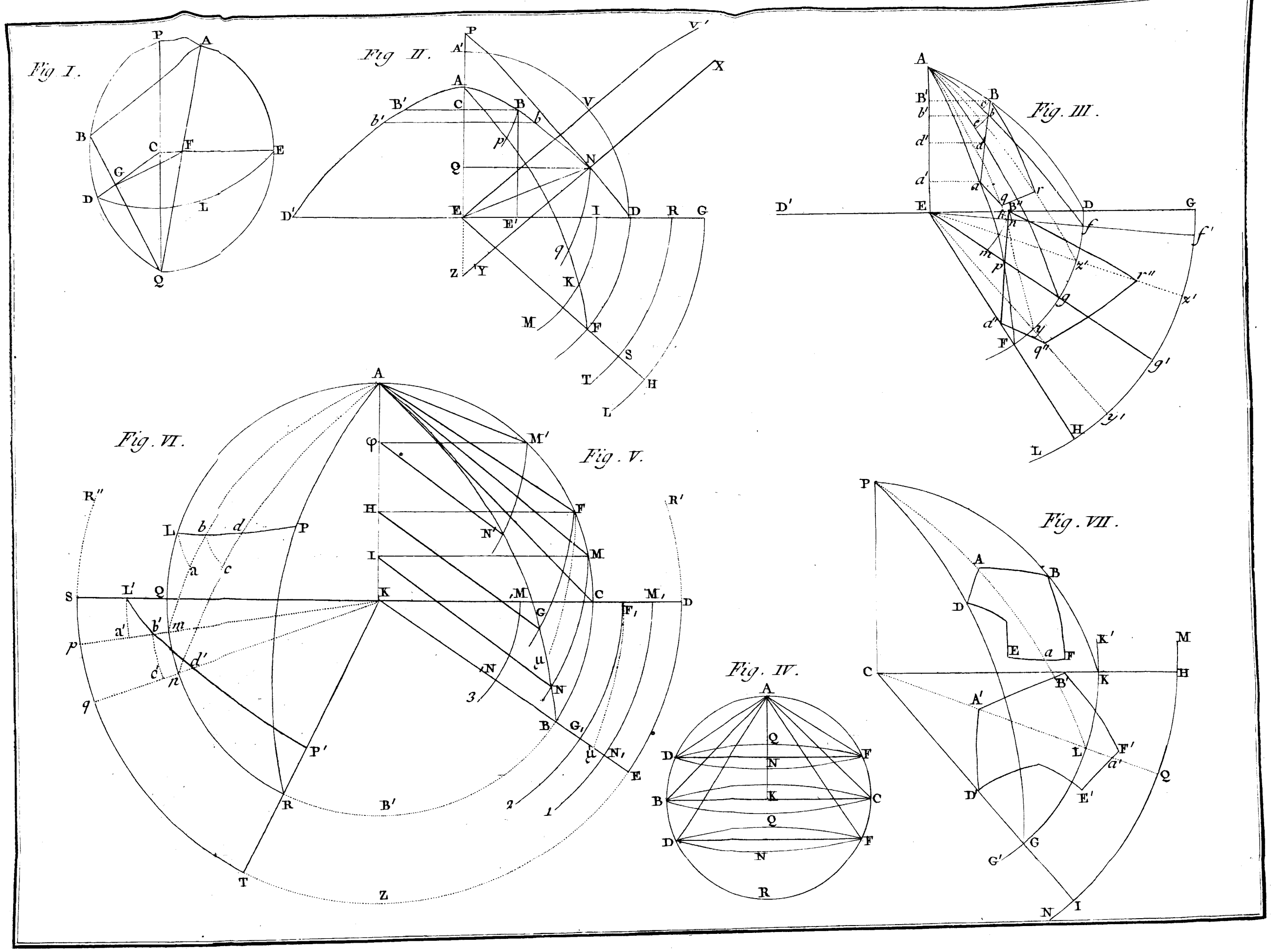


Fig I.
Fig II.
Fig. III.
Fig. IV.
Fig. V.
Fig. VI.
Fig. VII.

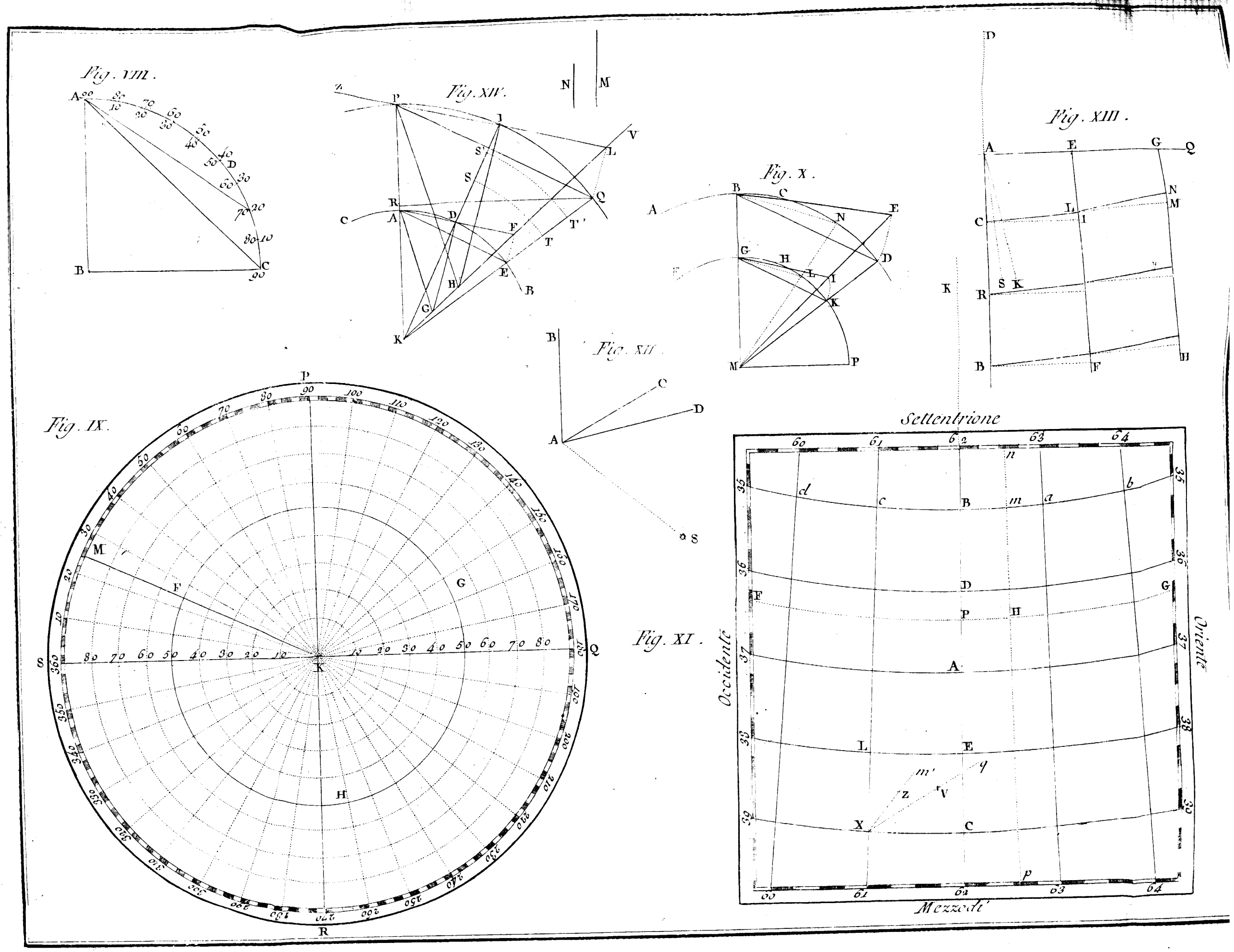


Fig. VIII.
Fig. XIV.
Fig. X.
Fig. XIII.
Fig. XII.
Fig. IX.
Fig. XI.
Settentrione
Occidente
Oriente
Mezzodì